

1915.

LIBRARY
MICHIGAN STATE NORMAL
COLLEGE

No. 1.

247

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREEN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. u. E. WIEDERMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 46.⁷ Heft 1.

DER GANZEN REIHE 351. BANDES 1. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEBEREN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG, 1915.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
DÖRRRIENSTRASSE 16.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den
Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den
in 24 Hefen (= 8 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 54 M.
(Ausgegeben am 26. December 1915.)*

Inhalt.

	Seite
1. A. Kallähne. Die Frequenzänderung schwingender Saiten und Stäbe in Flüssigkeiten und Gasen	1
2. G. Quincke. Ionenwolken in feuchter expandierter Luft . .	39
3. J. Stark und H. Lunelund. Polarisation der Lichtemission der Kanalstrahlen	68
4. H. Kirschbaum, Intensität und Absorptionsindex der Röntgenstrahlen von Platin und Kohle	85
5. A. Ungerer. Experimentelle Untersuchungen über Braunsche Zerstäubungsgitter	130
6. D. van Gulik, Über das Absorptionsspektrum des Chlorophylla. II.	147
7. Ernst Keller, Diamantröntgenbilder	157
8. Berichtigung zur Arbeit: H. Schimank, „Über das Verhalten des elektrischen Widerstands“ usw.	176

Die Redaktion der Annalen wird von den unseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Würzburg, Pleicherring 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuszeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortgeschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahressahl aufzuführen.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE.

BAND 46.



ANNALEN DER PHYSIK

VON HERMANN VON HELMHOLTZ

UND DR. J. C. MAXWELL

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

40479

BAND 46.

DER GANZEN REIHE 361. BAND.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT EINEM PORTRÄT UND NEUN FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1915.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

ANNALS

OF

PHYSICS

BY

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

WITH

BY

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

AND

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.



PRINTED BY

JOHN W. GILBERT, M.D., F.R.S., F.R.A.S., F.R.C.S., F.R.C.P., F.R.C.O.

Inhalt.

Vierte Folge. Band 46.

Erstes Heft.

	Seite
1. A. Kalähne. Die Frequenzänderung schwingender Saiten und Stäbe in Flüssigkeiten und Gasen	1
2. G. Quincke. Ionenwolken in feuchter expandierter Luft . .	39
3. J. Stark und H. Lunelund. Polarisierung der Lichtemission der Kanalstrahlen	68
4. H. Kirschbaum, Intensität und Absorptionsindex der Röntgenstrahlen von Platin und Kohle	85
5. A. Ungerer. Experimentelle Untersuchungen über Braunsche Zerstäubungsgitter	130
6. D. van Gulik, Über das Absorptionsspektrum des Chlorophylls. II.	147
7. Ernst Keller, Diamantröntgenbilder	157
8. Berichtigung zur Arbeit: H. Schimank, „Über das Verhalten des elektrischen Widerstands“ usw.	176

Ausgegeben am 29. Dezember 1914.

Zweites Heft.

1. Fritz Kittelmann. Beitrag zur Kenntnis der Erdalkaliselenidphosphore	177
2. Walter Ackermann. Beobachtungen über Pyroelektrizität in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur	197
3. W. Voigt. Bemerkungen zu einigen neueren Untersuchungen über Pyro- und Piezoelektrizität des Turmalins	221
4. C. W. Oseen. Beiträge zur Hydrodynamik. I.	231
5. Adolf Heydweiller, Über die Bestimmung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten	253
6. D. Konstantinowsky, Elektrische Ladungen und Brownsche Bewegung sehr kleiner Metallteilchen im Gase. (Ein Beitrag zur Frage des Elementarquantums der Elektrizität.)	261
7. Manne Siegbahn. Untersuchung über die Schwingungen von Telefonmembranen. II. (Hierzu Tafel I.)	298

Ausgegeben am 28. Januar 1915.

Drittes Heft.

Seite

1. Stephan Rybár. Über die Phasenänderungen der inneren Totalreflexion an den doppelbrechenden Kristallen 305
2. Stephan Rybár. Untersuchungen über die Phasenänderungen des reflektierten Lichtes 327
3. W. Gaede. Die Diffusion der Gase durch Quecksilberdampf bei niederen Drucken und die Diffusionsluftpumpe 357
4. R. Schachenmeier. Theoretisches über Gleitflächen und Kristallplastizität im allgemeinen 393
5. Erwin Schrödinger. Notiz über den Kapillardruck in Gasblasen 413
6. Herbert Augustin. Über die Dichte des flüssigen Wasserstoffs, den Brechungs-exponenten und die Dispersion des flüssigen Wasserstoffs und des flüssigen Stickstoffs 419
7. J. Koenigsberger und G. Gottstein. Galvano- und thermomagnetische Effekte variabler Leiter und Metalle 446

Ausgegeben am 12. Februar 1915.

Viertes Heft.

1. Otto Droysen. Fankendämpfung und Löschwirkung bei kürzeren Wellenlängen 449
2. Bengt Beckman, Über den Einfluß von Druck und Temperatur auf die elektrische Leitfähigkeit des Palladiums bei Wasserstoff-Okklusion 481
3. Karl Boedeker. Untersuchungen über die Einwirkung periodischer Kräfte auf Tropfen. (Hierzu Tafel II, III u. IV.) 503
4. A. Harnack. Der Dopplereffekt und die Gesetze der Spiegelung und Brechung an einer bewegten Grenzfläche 547
5. Heinrich Löwy. Zur Theorie der Gasreaktionen 561
6. R. Schachenmeier. Über die Anomalie des Reibungskoeffizienten bei anisotropen Flüssigkeiten 569

Ausgegeben am 26. Februar 1915.

Fünftes Heft.

1. Erich Hoepner. Eine Zählung der Elektronen, die eine Metallscheibe bei Bestrahlung mit schwachen Röntgenstrahlen emittiert 577
2. Elizabeth R. Laird. Über die Erzeugung von Röntgenstrahlen durch langsame Kathodenstrahlen 605
3. C. W. Oseen. Beiträge zur Hydrodynamik. II. 623
4. Martin Knudsen. Der molekulare Gaswiderstand gegen eine sich bewegende Platte 641
5. W. Voigt. Zur Theorie des longitudinalen Stoßes zylindrischer Stäbe 657

	Seite
6. Kurt Overbeck. Über metamagnetische Legierungen . . .	677
7. Emil Paulson. Gesetzmäßigkeiten im Platinspektrum . . .	698
8. J. Laub. Über die Dispersionsercheinungen des Lichtes in beliebig bewegten Körpern	705
9. D. Kostantinowsky. Druckfehlerberichtigung und Ergänzung zu „Elektrische Ladungen und Brownsche Bewegung sehr kleiner Metallteilchen im Gase“	720

Ausgegeben am 16. März 1915.

Sechstes Heft.

1. A. Sommerfeld. Über das Spektrum der Röntgenstrahlung .	721
2. W. Wien. Zur Theorie der Strahlung	749
3. Nikolaus Lyon. Über die Dispersion der elektrischen Doppelbrechung	753
4. J. Laub. Über die durch Röntgenstrahlen erzeugten Strahlen	785
5. P. Debye. Zerstreuung von Röntgenstrahlen	809
6. L. Zehnder. Eine gefahrlose metallische Röntgenröhre . .	824
7. S. Valentiner und J. Wallot. Über die Abhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten fester Körper von der Temperatur .	837
8. Ernst Wagner. Spektraluntersuchungen an Röntgenstrahlen. I. (Hierzu Tafel V u. VI.)	868

Ausgegeben am 30. März 1915.

Siebentes Heft.

1. Hans Küstner. Die Rolle von Gasen bei dem lichtelektrischen Verhalten des Zinks	893
2. Bengt Beckman. Über den Einfluß des Druckes auf die elektrische Leitfähigkeit bei Tellur.	931
3. Johannes Brentano. Über den Einfluß allseitigen Druckes auf die elektrische Leitfähigkeit von Wismutdrähten außerhalb und innerhalb des transversalen Magnetfeldes für Gleichstrom und für Wechselstrom	941
4. George Jaffé. Berichtigung zu der Arbeit: Zur Theorie der Lichtabsorption in Metallen und Nichtleitern	984
5. Franz Strieder. Über den Einfluß der Röntgenstrahlen auf die Kondensation des Wasserdampfes nach Versuchen von C. Leibfried und O. Conrad	987
6. R. Schachenmeier. Färbung des Lichtes durch Metallpartikel	1009
7. C. A. Mebius. Die Bewegung eines elektrischen Teilchens in einem konstanten, rotierenden Magnetfeld	1013
8. P. Ehrenfest u. H. Kamerlingh Onnes. Vereinfachte Ableitung der kombinatorischen Formel, welche der Planckschen Strahlungstheorie zugrunde liegt	1021

Ausgegeben am 20. April 1915.

Achstes Heft.

	Seite
1. G. Quincke. Struktur und Eigenschaften des Glases. (Hierzu Tafel VII—IX.)	1025
2. Johann Kleiber. Eine Beziehung zwischen den vier physikalischen Größen c , β , δ , E der festen Elemente	1054
3. Walter Frey. Die Abhängigkeit des Halleffekts in Metallen von der Temperatur	1057
4. Hermann Wüstner. Über Diffusion und Absorption von Wasserstoff in Quarzglas	1095
5. C. W. Oseen. Beiträge zur Hydrodynamik. III.	1130
6. Karl Siegl. Lochkameraaufnahmen mit Röntgenstrahlen	1151

Ausgegeben am 30. April 1915.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Tafel I. M. Siegbahn.

„ II, III u. IV. K. Boedeker.

„ V u. VI. E. Wagner.

„ VII, VIII u. IX. G. Quincke.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 46.

1. *Die Frequenzänderung schwingender Saiten
und Stäbe in Flüssigkeiten und Gasen;*
von A. Kalähne.

Bezeichnungen.

 x, y, z Cartesische Koordinaten; r, ϑ, z Zylinderkoordinaten. φ Geschwindigkeitspotential.

u (Komponenten u, \dots) Geschwindigkeit	} der Flüssigkeitsteilchen.
u (Komponenten u, \dots) Verrückung	

U (Komponenten U, \dots) Geschwindigkeit	} der Saiten- bzw. Stab-
U (Komponenten U, \dots) Verrückung	

 ϱ und p momentaner Dichte und Druckwert

$\bar{\varrho}$ und \bar{p} Dichte und Druck im Ruhezustand	} der Flüssigkeit (des Gases).
c Schallgeschwindigkeit	

 s Verdichtung C Geschwindigkeit der Transversalwellen auf der Saite. l halbe Wellenlänge der Saiten-Grundschiwingung (zugleich ganze Länge der Saite oder des Stabes). ϱ_0 Dichte q_0 Querschnitt r_1 äußerer Radius r_2 innerer Radius (bei Hohlstäben) $n = kc$ Kreisfrequenz

$N = \frac{kc}{2\pi} = \frac{n}{2\pi}$ sekundliche Frequenz	} einer Schwingung
$T = \frac{1}{N} = \frac{2\pi}{n}$ Periode	

 $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ Wellenlänge in der Flüssigkeit (im Gas). γ Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p und c_v bei Gasen. m und p Ordnungszahlen (Parameter) der Teilschwingungen. $J_m(\xi), N_m(\xi), H_m^{(1)}(\xi)$ Zylinderfunktionen (Besselsche, Neumannsche und Hankelsche 1. Art). $I_m(\xi), G_m^{(1)}(\xi)$ reelle Funktionsausdrücke für die Besselsche und Hankelsche Funktion mit imaginärem Argument $i\xi$. $x = \sqrt{k^2 - \frac{p^2 \pi^2}{l^2}}, \quad x' = \sqrt{\frac{p^2 \pi^2}{l^2} - k^2} = i x.$ L, D_1, D_2 gewisse aus Zylinderfunktionen gebildete Koeffizienten.

Einleitung.

§ 1. Problem. Allgemeines über die Wirkung umgebender Flüssigkeit auf schwingende Körper.

Die vorliegende Arbeit schließt sich unmittelbar an die vor kurzem in diesen Annalen erschienene theoretische Arbeit über die Wellenbewegung um eine transversal schwingende Saite in unbegrenzter Flüssigkeit an.¹⁾ Sie behandelt, ebenfalls theoretisch, die Rückwirkung, welche die Bewegung der Flüssigkeit auf die Saite ausübt, insbesondere die dadurch entstehende Frequenzänderung der Saitenschwingungen. Das Ergebnis der Rechnung läßt sich leicht so verallgemeinern, daß es auf transversal schwingende Stäbe angewandt werden kann. Es wird damit die früher experimentell genauer untersuchte Änderung der Schwingungszahl schwingender Hohlzylinder (Röhren) in Gasen theoretisch erklärt.²⁾ Die Bezeichnungen sind dieselben wie in der erstgenannten Arbeit.

Die Änderung der Frequenz gegen die ohne umgebendes Medium im Vakuum vorhandene Eigenfrequenz des schwingenden Körpers, den wir kurz als Klangkörper bezeichnen wollen, ist immer eine Frequenzerniedrigung. Sie kommt auf folgende Weise zustande. Das umgebende Medium wird von dem schwingendem Körper in Wellenbewegung versetzt und übt dabei auf ihn eine Rückwirkung aus. Die periodischen Druckkräfte, mit denen es infolge seiner Bewegung auf die Oberfläche des Körpers wirkt, treten zu den rücktreibenden elastischen Kräften des Klangkörpers hinzu. Von der gesamten rücktreibenden Kraft und der Masse des Körpers hängt aber seine Eigenfrequenz in der Weise ab, daß mit Vergrößerung der Kraft die Frequenz steigt, mit Vergrößerung der Masse sinkt. Infolge der Phasendifferenz zwischen Körperschwingung und Flüssigkeitsschwingung erhält man immer eine Verkleinerung der rücktreibenden Kraft, also eine *Frequenzerniedrigung*.

1) A. Kalähne, Ann. d. Phys. 45. p. 657. 1914, im folgenden als „Wellenbewegung“ zitiert.

2) A. Kalähne, Ann. d. Phys. 45. p. 321. 1914, im folgenden als „Schwingungszahländerung“ zitiert.

In die Formel für die Frequenzänderung, die sich als Resultat der Rechnung ergibt, gehen als einzige Materialkonstanten die Dichten des umgebenden Mediums und des Klangkörpers ein; es tritt also die Masse als bestimmender Faktor hervor. Mit Rücksicht hierauf kann man die Wirkung, durch welche das Vorhandensein des Mediums die Schwingungsfrequenz beeinflußt, als eine scheinbare Vergrößerung der Körpermasse ansehen, kann also den Vorgang so auffassen, als ob von dem schwingenden Körper eine ihm anhaftende Flüssigkeitsschicht mitgeführt wird. Diese Auffassung ist aber nur der summarische Ausdruck der in der Formel niedergelegten Beziehungen zwischen Frequenzänderung und Beschaffenheit der umgebenden Flüssigkeit. Einen Einblick in den Mechanismus des Vorganges gewährt diese Auffassung nicht, was schon daraus hervorgeht, daß sie über die Dicke der scheinbar mitgeführten Flüssigkeitsschicht zunächst gar nichts zu sagen erlaubt. Diese muß vielmehr erst rückwärts aus der beobachteten Frequenzänderung erschlossen werden. Dagegen führt die erstgenannte Auffassung, nach welcher die Druckkräfte der Flüssigkeit zu den inneren elastischen Körperkräften hinzukommen, nach der also eine scheinbare Änderung dieser inneren rücktreibenden Kräfte stattfindet, ohne Zuhilfenahme weiterer Hypothesen oder experimenteller Daten zu der vollständigen Theorie, deren vereinfachter Ausdruck eben jene zweite Auffassung der Sache ist.

Selbstverständlich enthalten die hier soeben gemachten Ausführungen nichts Neues, sondern sollen nur zur Einführung und Erklärung der Rechnungen dienen.

Um die von dem bewegten Medium auf die Saite ausgeübten Druckkräfte angeben zu können, muß man den Bewegungszustand kennen, der von ihr in demselben erzeugt wird. Über die in einem unbegrenzten Medium — ein solches kommt vornehmlich in Betracht — um eine transversal schwingende Saite herum möglichen Bewegungszustände (entweder fortschreitende oder stehende Wellen) sind wir durch die p. 2 unter 1) zitierte Arbeit („Wellenbewegung . . .“) unterrichtet. Es fehlt dort nur noch der Anschluß der Bewegung an die vorgegebene Saitenbewegung unter Berücksichtigung der räumlichen Grenzbedingungen, die an der Saitenoberfläche gelten.

Durch diese wird die Flüssigkeitsbewegung spezialisiert und die Berechnung der Druckkräfte in dem besonderen Fall ermöglicht. Diese Rechnungen bilden den Gegenstand der vorliegenden Abhandlung. Ähnliche Rechnungen hat Stokes¹⁾ in seiner Arbeit über die Mitteilung der Schwingungen eines schwingenden Körpers an das umgebende Gas ausgeführt. Dabei ist aber angenommen, daß die unendlich lange Saite als Ganzes hin und her schwingt. Die charakteristische Schwingungsfigur mit ihren mehr oder weniger zahlreichen Abteilungen ist also ganz vernachlässigt, wodurch die Rechnung für unsere Zwecke, bei denen gerade diese Unterteilung wesentlich ist, unbrauchbar wird.

I. Anschluß der Flüssigkeitsbewegung an die Saitenschwingung.

§ 2. Die Gleichungen der Flüssigkeitsbewegung für $m = 1$ in den drei Fällen I (α reell), II ($\alpha = 0$), III (α imaginär).

In der früheren Arbeit²⁾ war gezeigt worden, daß im stationären Zustande fortschreitende Wellen vorhanden sind, wenn eine gewisse Größe

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \frac{p^2 \pi^2}{l^2}}$$

reell ist; dagegen stehende Wellen, wenn α Null oder imaginär ist. Dabei haben k , p , l die eingangs angegebenen Bedeutungen. Im ersten Fall (α reell) gibt die Saite dauernd Energie in Form von Schallstrahlung an die umgebende Flüssigkeit ab, ihre Schwingungen werden daher gedämpft, wenn sie nicht durch äußere Kräfte unterhalten werden. Im zweiten und dritten Fall (α gleich Null oder imaginär) findet keine Ausstrahlung von Energie statt, Dämpfung tritt nur infolge der inneren Reibung des Saitenmaterials ein. Von der inneren Reibung in der Flüssigkeit und der durch sie bedingten Dämpfung der Flüssigkeitsschwingungen wird wie bisher ganz abgesehen. Sieht man auch von der inneren Reibung der Saite ab, so hat man im Fall II und III ganz ungedämpfte Schwingungen. Wie sich zeigen wird, kann man

1) G. G. Stokes, Math. and Phys. Papers 4. p. 299; Phil. Trans. Roy. Soc. 158. 18. Juni 1868.

2) „Wellenbewegung“.

eigentlich nur in diesen beiden Fällen die durch die Gleichungen der vorgenannten Arbeit dargestellte Flüssigkeitsbewegung der Bewegung der Saite anpassen. Im Fall I stört die unvermeidliche Dämpfung. Nur wenn diese genügend klein ist, so daß man sie in erster Annäherung vernachlässigen kann, läßt sich auch in diesem Falle Saiten- und Flüssigkeitsbewegung vereinigen.

Eine Vernachlässigung muß man aber unter allen Umständen machen, ohne die es nicht möglich ist, die Grenzbedingungen zu erfüllen: man muß die äußere Reibung zwischen Flüssigkeit und Klangkörper gleich Null setzen, also annehmen, daß die Flüssigkeitsteilchen in der Nachbarschaft der Saite nur senkrecht zur Saitenoberfläche Bewegungsimpulse erleiden. Die Annahme verschwindender äußerer Reibung hat aber nichts Bedenkliches an sich; denn es ist bekannt, daß die Reibung bei der Übertragung der Bewegung schwingender Körper auf die Umgebung tatsächlich nur eine geringe Rolle spielt. Torsionsschwingungen kreisrunder Stäbe werden kaum an das umgebende Medium übertragen; ebenso erfolgt auch bei Longitudinalschwingungen von Stäben und Saiten keine wesentliche Übertragung längs des Mantels, wo allein die äußere Reibung wirkt, sondern nur an den Endflächen, wo die Teilchen des Mediums senkrecht zur Körperoberfläche hin und her getrieben werden.

Auf den hier vorliegenden Fall der Transversalschwingung einer Saite mit kreisrundem Querschnitt angewandt, bedeutet diese Einschränkung, daß man nur die Radialkomponente der Bewegung berücksichtigt, die Tangentialkomponente (parallel dem Saitenumfang) und die Parallelkomponente (in der Saitenrichtung) vernachlässigt. Das Weitere findet man in § 4.

Für das Geschwindigkeitspotential φ , die Komponenten der Verrückung u , der Geschwindigkeit u der Flüssigkeitsteilchen und die Verdichtung s gelten die Gleichungen (58) bis (63) (Fall I), (68) bis (72) (Fall II) und (78) bis (82) (Fall III) der angeführten Arbeit über „Wellenbewegung“, wenn man darin den Parameter $m = 1$ setzt (vgl. § 3 jener Arbeit). Die Gleichungen lauten dann, wie hier der Vollständigkeit wegen nochmal hingeschrieben werden soll:

Fall I. κ reell, fortschreitende Wellen.Geschwindigkeitspotential

$$(1) \quad \begin{cases} \varphi_v = \cos \vartheta \cos \frac{\nu \pi x}{l} \{ A_v^I [J_1(\kappa r) \cos nt \mp N_1(\kappa r) \sin nt] \\ \quad + A_v^{II} [N_1(\kappa r) \cos nt \pm J_1(\kappa r) \sin nt] \}. \end{cases}$$

Geschwindigkeit

$$(2) \quad \begin{cases} u_r = \kappa \cos \vartheta \cos \frac{\nu \pi x}{l} \{ A_v^I [J_1'(\kappa r) \cos nt \mp N_1'(\kappa r) \sin nt] \\ \quad + A_v^{II} [N_1'(\kappa r) \cos nt \pm J_1'(\kappa r) \sin nt] \}, \end{cases} \quad (5)$$

$$(2) \quad \begin{cases} u_\vartheta = -\frac{1}{r} \sin \vartheta \cos \frac{\nu \pi x}{l} \{ A_v^I [J_1(\kappa r) \cos nt \mp N_1(\kappa r) \sin nt] \\ \quad + A_v^{II} [N_1(\kappa r) \cos nt \pm J_1(\kappa r) \sin nt] \}, \\ u_x = -\frac{\nu \pi}{l} \cos \vartheta \sin \frac{\nu \pi x}{l} \{ A_v^I [J_1(\kappa r) \cos nt \mp N_1(\kappa r) \sin nt] \\ \quad + A_v^{II} [N_1(\kappa r) \cos nt \pm J_1(\kappa r) \sin nt] \}. \end{cases} \quad (6)$$

Verrückung

$$(3) \quad \begin{cases} u_r = \frac{x}{n} \cos \vartheta \cos \frac{\nu \pi x}{l} \{ A_v^I [J_1'(\kappa r) \sin nt \pm N_1'(\kappa r) \cos nt] \\ \quad + A_v^{II} [N_1'(\kappa r) \sin nt \mp J_1'(\kappa r) \cos nt] \}, \\ u_\vartheta = -\frac{1}{rn} \sin \vartheta \cos \frac{\nu \pi x}{l} \{ A_v^I [J_1(\kappa r) \sin nt \pm N_1(\kappa r) \cos nt] \\ \quad + A_v^{II} [N_1(\kappa r) \sin nt \mp J_1(\kappa r) \cos nt] \}, \\ u_x = -\frac{\nu \pi}{ln} \cos \vartheta \sin \frac{\nu \pi x}{l} \{ A_v^I [J_1(\kappa r) \sin nt \pm N_1(\kappa r) \cos nt] \\ \quad + A_v^{II} [N_1(\kappa r) \sin nt \mp J_1(\kappa r) \cos nt] \}. \end{cases} \quad (7)$$

Verdichtung

$$(4) \quad \begin{cases} s = -\frac{n}{\sigma^2} \cos \vartheta \cos \frac{\nu \pi x}{l} \{ A_v^I [-J_1(\kappa r) \sin nt \mp N_1(\kappa r) \cos nt] \\ \quad + A_v^{II} [-N_1(\kappa r) \sin nt \pm J_1(\kappa r) \cos nt] \}. \end{cases} \quad (8)$$

J_1 und N_1 sind die Besselsche und Neumannsche Zylinderfunktion erster Ordnung, letztere in der Bezeichnung von Jahnke und Emde¹⁾; A_v^I und A_v^{II} sind willkürliche Amplitudenkonstanten. Das obere Vorzeichen in den eckigen

1) Jahnke-Emde, Funktionentafeln und Formeln, p. 93 u. 174. B. G. Teubner. Leipzig 1909.

Klammern gilt für die von der Saite nach außen fortschreitende *auslaufende*, das untere für die *einlaufende* Welle.

Die mit Strich versehenen Funktionszeichen, z. B. $J_1'(xr)$ usw., bedeuten hier und im folgenden die Ableitungen der Funktion nach dem ganzen Argument.

Fall II. $x = 0$, stehende Wellen.

Geschwindigkeitspotential

$$(5) \quad \varphi_v = B_v \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \frac{1}{r} \cos(nt - \varepsilon).$$

Geschwindigkeit

$$(6) \quad \begin{cases} u_r = -B_v \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \frac{1}{r^2} \cos(nt - \varepsilon), \\ u_\vartheta = -B_v \sin \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \frac{1}{r^2} \cos(nt - \varepsilon), \\ u_z = -\frac{p\pi}{l} B_v \cos \vartheta \sin \frac{p\pi x}{l} \frac{1}{r} \cos(nt - \varepsilon). \end{cases}$$

Verrückung

$$(7) \quad \begin{cases} u_r = -\frac{1}{n} B_v \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \frac{1}{r^2} \sin(nt - \varepsilon), \\ u_\vartheta = -\frac{1}{n} B_v \sin \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \frac{1}{r^2} \sin(nt - \varepsilon), \\ u_z = -\frac{p\pi}{nl} B_v \cos \vartheta \sin \frac{p\pi x}{l} \frac{1}{r} \sin(nt - \varepsilon). \end{cases}$$

Verdichtung

$$(8) \quad s = \frac{n}{c^2} B_v \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \frac{1}{r} \sin(nt - \varepsilon).$$

B_v und ε sind die willkürlichen Integrationskonstanten.

Fall III. $x = ix'$ imaginär, stehende Wellen.

Geschwindigkeitspotential

$$(9) \quad \begin{cases} \varphi_v = \Gamma_v \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} G_1^{(1)}(x'r) \cos(nt \mp \pi - \eta) \\ \quad = -\Gamma_v \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} H_1^{(1)}(ix'r) \cos(nt \mp \pi - \eta). \end{cases}$$

Geschwindigkeit

$$(10) \left\{ \begin{aligned} u_r &= \kappa' \Gamma_p \cos \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} G_1^{(1)'}(\kappa' r) \cos(n t \mp \pi - \eta) \\ &= -i \kappa' \Gamma_p \cos \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} H_1^{(1)'}(i \kappa' r) \cos(n t \mp \pi - \eta), \\ u_\vartheta &= -\frac{1}{r} \Gamma_p \sin \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} G_1^{(1)}(\kappa' r) \cos(n t \mp \pi - \eta) \\ &= +\frac{1}{r} \Gamma_p \sin \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} H_1^{(1)}(i \kappa' r) \cos(n t \mp \pi - \eta), \\ u_z &= -\frac{p\pi}{l} \Gamma_p \cos \vartheta \sin \frac{p\pi z}{l} G_1^{(1)}(\kappa' r) \cos(n t \mp \pi - \eta) \\ &= +\frac{p\pi}{l} \Gamma_p \cos \vartheta \sin \frac{p\pi z}{l} H_1^{(1)}(i \kappa' r) \cos(n t \mp \pi - \eta). \end{aligned} \right.$$

Verrückung

$$(11) \left\{ \begin{aligned} u_r &= \frac{\kappa'}{n} \Gamma_p \cos \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} G_1^{(1)'}(\kappa' r) \sin(n t \mp \pi - \eta) \\ &= -\frac{i \kappa'}{n} \Gamma_p \cos \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} H_1^{(1)'}(i \kappa' r) \sin(n t \mp \pi - \eta), \\ u_\vartheta &= -\frac{1}{r n} \Gamma_p \sin \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} G_1^{(1)}(\kappa' r) \sin(n t \mp \pi - \eta) \\ &= \frac{1}{r n} \Gamma_p \sin \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} H_1^{(1)}(i \kappa' r) \sin(n t \mp \pi - \eta), \\ u_z &= -\frac{p\pi}{l n} \Gamma_p \cos \vartheta \sin \frac{p\pi z}{l} G_1^{(1)}(\kappa' r) \sin(n t \mp \pi - \eta) \\ &= \frac{p\pi}{l n} \Gamma_p \cos \vartheta \sin \frac{p\pi z}{l} H_1^{(1)}(i \kappa' r) \sin(n t \mp \pi - \eta). \end{aligned} \right.$$

Verdichtung

$$(12) \left\{ \begin{aligned} s &= \frac{n}{c^2} \Gamma_p \cos \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} G_1^{(1)}(\kappa' r) \sin(n t \mp \pi - \eta) \\ &= -\frac{n}{c^2} \Gamma_p \cos \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} H_1^{(1)}(i \kappa' r) \sin(n t \mp \pi - \eta). \end{aligned} \right.$$

$G_m^{(1)}$ ist eine mit der Hankelschen Zylinderfunktion erster Art von gleicher Ordnung $H_m^{(1)}$ zusammenhängende reelle Funktion.¹⁾ Es ist

$$(13) \quad G_m^{(1)}(\kappa' r) = i^{m+1} H_m^{(1)}(i \kappa' r),$$

1) Vgl. „Wellenbewegung“ § 9.

also

$$(13a) \quad G_1^{(1)}(\kappa' r) = -H_1^{(1)}(i\kappa' r).$$

I_p und η sind die willkürlichen Integrationskonstanten. Die Konstante $\mp \pi$ im Argument der Kreisfunktionen ist für die Form der Lösung an sich belanglos, sie stammt aus der allgemeinen Formel, die für beliebige Werte des Parameters m gilt und ist nur der Vollständigkeit wegen beibehalten worden. Ihre Anwesenheit beeinflusst nur den absoluten Wert der Phasenkonstante η , der aus den Anfangs- und Grenzbedingungen zu berechnen ist. Das doppelte Vorzeichen von π hat hier nicht die Bedeutung wie im Fall I, es stammt nur von dem allgemeinen Integrationsansatz, bei dem die Zeitfunktion in der Doppelform $e^{\pm i\omega t}$ angesetzt worden ist (vgl. „Wellenbewegung“ § 2); es ist für uns übrigens ganz belanglos.

In allen drei Fällen erhält man den Druck p , wenn die Beziehung zwischen Druck p und Dichte ρ , bzw. Verdichtung s für die betreffende Flüssigkeit bekannt ist. Für Gase ist es bei Schwingungen das adiabatische Druckgesetz, aus dem abgekürzt folgt

$$(14) \quad p = \bar{p}(1 + \gamma s).$$

Darin ist \bar{p} der Druck im Ruhezustand des Gases, γ das Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und Volumen.

§ 3. Gleichungen der Saiten- und zugehörigen Flüssigkeitsbewegung, insbesondere im Fall III (κ imaginär).

Die Saite bewege sich innerhalb der zx -Ebene in der x -Richtung hin und her; ihre Ruhelage bezeichnet die z -Achse. Verschiebung und Geschwindigkeit eines Punktes der Achse seien U_x und $U_x = dU_x/dt$; die Verschiebung und Geschwindigkeit in der y -Richtung sind nach Voraussetzung $U_y = U_y = 0$. Wenn die Form des Saitenquerschnitts sich bei der Bewegung nicht ändert, wie wir annehmen wollen, so gelten dieselben Werte U_x und U_x für alle Punkte eines und desselben Querschnittes, also auch für die Oberflächenpunkte.

Die Saite möge eine Sinusschwingung mit der Frequenz n ausführen; ihre Schwingungsfigur längs der z -Achse ist eine Sinuslinie mit der halben Wellenlänge l/p . In der Mittelebene

$z = 0$ sei ein Schwingungsbauch. U_x und \dot{U}_x müssen also wie $\cos(p\pi z/l)$ längs der z -Achse variieren. Daher ist zu setzen

$$(15) \quad U_x = \bar{U}_x \cos \frac{p\pi x}{l}, \quad \dot{U}_x = \bar{\dot{U}}_x \cos \frac{p\pi x}{l}.$$

\bar{U}_x und $\bar{\dot{U}}_x$ sind die Verrückungs- und Geschwindigkeitswerte in der Mittelebene $z = 0$.

Dieser Ansatz umfaßt wie der entsprechende in der „Wellenbewegung“ nur die zur Mittelbene $z = 0$ symmetrischen Schwingungen; die antisymmetrischen würden $\sin(p\pi z/l)$ als Faktor verlangen. Für die Behandlung der Stab-(Hohlzylinder-)schwingungen, um die es uns besonders zu tun ist, kommen nur die symmetrischen Schwingungen in Betracht. Übrigens geben die antisymmetrischen Schwingungen dasselbe Resultat hinsichtlich der Frequenzänderung.

Variieren U und \dot{U} sinusförmig mit der Zeit t , so gilt der Ansatz

$$(16) \quad \bar{U}_x = U_0 \sin(nt + \omega), \quad \bar{\dot{U}}_x = \frac{d\bar{U}_x}{dt} = \dot{U}_0 \cos(nt + \omega),$$

$$(17) \quad \dot{U}_0 = n U_0.$$

U_0 und \dot{U}_0 sind die Maximalwerte der Verrückung und Geschwindigkeit in der Mittelebene.

Also wird

$$(18) \quad \begin{cases} U_x = U_0 \cos \frac{p\pi x}{l} \sin(nt + \omega), \\ \dot{U}_x = \dot{U}_0 \cos \frac{p\pi x}{l} \cos(nt + \omega) = n U_0 \cos \frac{p\pi x}{l} \cos(nt + \omega). \end{cases}$$

Hieraus erhält man die Komponenten der Bewegung in der r - und ϑ -Richtung

$$(19) \quad \begin{cases} U_r = U_0 \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \sin(nt + \omega), \\ \dot{U}_r = \dot{U}_0 \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \cos(nt + \omega), \end{cases}$$

$$(20) \quad \begin{cases} U_\vartheta = -U_0 \sin \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \sin(nt + \omega), \\ \dot{U}_\vartheta = -\dot{U}_0 \sin \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \cos(nt + \omega). \end{cases}$$

Den Werten U_r und u_r lassen sich nun die Werte u_r und u_r von Gleichung (11) und (10) anpassen, wenn man darin $r = r_1$ (Außenradius der Saite) setzt und die willkürlichen Konstanten Γ_p und η geeignet bestimmt. Die zu erfüllenden Grenzbedingungen lauten: für $r = r_1$ muß sein

$$(21) \quad \begin{cases} \frac{x'}{n} \Gamma_p \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} G_1^{(1)'}(x' r_1) \sin(n t \mp \pi - \eta) \\ = U_0 \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \sin(n t + \omega), \end{cases}$$

$$(22) \quad \begin{cases} x' \Gamma_p \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} G_1^{(1)'}(x' r_1) \cos(n t \mp \pi - \eta) \\ = n U_0 \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} \cos(n t + \omega). \end{cases}$$

Beide Gleichungen, von denen (22) aus (21) durch Differentiation nicht hervorgeht, werden erfüllt, wenn man setzt

$$(23) \quad \begin{cases} \Gamma_p = \frac{n U_0}{x' G_1^{(1)'}(x' r_1)}, \\ \mp \pi - \eta = \omega, \quad \text{also} \quad \eta = \mp \pi - \omega. \end{cases}$$

Durch Einsetzen dieser Werte in die Gleichungen (9) bis (12) erhält man folgende Ausdrücke für Geschwindigkeitspotential, Geschwindigkeiten usw. in der Flüssigkeit im Falle III ($x = ix'$ imaginär):

Geschwindigkeitspotential

$$(24) \quad \varphi_p = \frac{n U_0}{x' G_1^{(1)'}(x' r_1)} \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} G_1^{(1)}(x' r) \cos(n t + \omega).$$

Geschwindigkeit

$$(25) \quad \begin{cases} u_r = \frac{n U_0}{G_1^{(1)'}(x' r_1)} \cos \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} G_1^{(1)'}(x' r) \cos(n t + \omega), \\ u_\vartheta = - \frac{n U_0}{r x' G_1^{(1)'}(x' r_1)} \sin \vartheta \cos \frac{p\pi x}{l} G_1^{(1)}(x' r) \cos(n t + \omega), \\ u_x = - \frac{p\pi n U_0}{l x' G_1^{(1)'}(x' r_1)} \cos \vartheta \sin \frac{p\pi x}{l} G_1^{(1)}(x' r) \cos(n t + \omega). \end{cases}$$

Verrückung

$$(26) \begin{cases} u_r = \frac{U_0}{G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)} \cos \vartheta \cos \frac{\nu \pi z}{l} G_1^{(1)'}(\kappa' r) \sin(n t + \omega), \\ u_\vartheta = - \frac{U_0}{r \kappa' G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)} \sin \vartheta \cos \frac{\nu \pi z}{l} G_1^{(1)}(\kappa' r) \sin(n t + \omega), \\ u_z = - \frac{\nu \pi U_0}{l \kappa' G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)} \cos \vartheta \sin \frac{\nu \pi z}{l} G_1^{(1)}(\kappa' r) \sin(n t + \omega). \end{cases}$$

Verdichtung

$$(27) \left\{ s = \frac{n^2 U_0}{c^2 \kappa' G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)} \cos \vartheta \cos \frac{\nu \pi z}{l} G_1^{(1)}(\kappa' r) \sin(n t + \omega). \right.$$

§ 4. Notwendige Vernachlässigung der äußeren Reibung.

Offenbar gehen für $r = r_1$ die Werte u_r und u_ϑ von (25) und (26) in die Saitenwerte U_r und U_ϑ von Gleichung (19) über. Dagegen können u_ϑ und u_ρ nur dann gleich U_ϑ und U_ρ von Gleichung (20) werden, wenn $\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1) = G_1^{(1)}(\kappa' r_1)$ ist. Wir werden später (vgl. Gl. (36) und Tab. 2) sehen, daß annähernd

$$\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1) = - G_1^{(1)}(\kappa' r_1)$$

ist. Es ist also *nicht* möglich, zugleich mit der r -Komponente auch die ϑ -Komponente von Verrückung und Geschwindigkeit an der Saitenoberfläche mit den entsprechenden Werten der Saitenpunkte zur Übereinstimmung zu bringen; denn der Bewegungssinn ergibt sich für u_ϑ und U_ϑ gerade entgegengesetzt, wenn auch die Zahlenwerte annähernd übereinstimmen. *Man kann also die durch die Gleichungen (9) bis (12) dargestellte Schwingungsbewegung in der Flüssigkeit nur dann an die Bewegung der Saite anschließen, wenn man an der Grenzfläche beider vollkommene Gleitung annimmt.* Die Flüssigkeitsteilchen dürfen nicht an der Saitenoberfläche haften; sie empfangen somit nur senkrecht zur Oberfläche Bewegungsimpulse, nicht auch parallel zu ihr.

Zu demselben Schluß kommt man, wenn man die z -Komponente der Bewegung betrachtet. Auch bei ihr ist die Anpassung aus demselben Grunde unmöglich. Sie ist sogar noch weniger denkbar, da man ja bei der Behandlung der Saiten-

bewegung in der üblichen Form die Bewegung der Teilchen in der Richtung der Achse ganz vernachlässigt, also so rechnet, als ob gar keine z -Komponente vorhanden sei. Bei weiter getriebener Näherung müßte man freilich die infolge der periodisch wechselnden Dehnungen immer vorhandene Longitudinalbewegung mit berücksichtigen, erhielte dann aber dafür Ausdrücke etwa von der Form

$$(28) \quad \begin{cases} U_x = \zeta U_0 \sin \frac{2p\pi x}{l} \sin(nt + \omega), \\ U_z = n\zeta U_0 \sin \frac{2p\pi x}{l} \cos(nt + \omega), \end{cases}$$

wo ζ ein konstanter Proportionalitätsfaktor ist. Der Faktor 2 im Argument der Sinusfunktion muß hinzugefügt werden, wenn p die frühere Bedeutung behalten soll. Denn offenbar ist die Longitudinalverrückung räumlich doppelt so schnell periodisch wie die Transversalverrückung. Sie ist nämlich sowohl an den Knoten, als auch an den Bäuchen der Transversalverrückung Null, dazwischen hat sie ein Maximum. Man sieht dies leicht ein, wenn man zunächst einmal statt der sinusförmigen Ausbiegung der Saite eine dachförmige betrachtet, wie in Fig. 1, die von einzelnen geraden Strecken $O'A$, $O'E$ neugebildet wird. Bei gleichmäßiger Dehnung der Saite beschreiben die Punkte B, C, D, O die geradlinigen Bahnen BB', CC', DD', OO' senkrecht zur z -Achse. Die Saitenteilchen erleiden also keine Verschiebung in der z -Richtung.

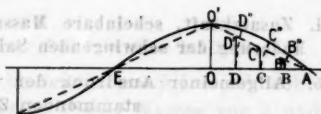


Fig. 1.

Nimmt man aber statt dessen die Sinuslinie $AO'E$, so ist offenbar, daß nun die Punkte B', C', D'' den Punkten B, C, D' entsprechen, so daß die Saitenpunkte B, C, D die gekrümmten Bahnen BB', CC', DD' beschreiben, und daß die seitliche Verschiebung irgendwo zwischen O und A ein Maximum haben muß.

Die Vergleichung von (28) mit (25) bzw. (26) zeigt, daß man auf keine Weise die Komponenten u_x und u_z der Flüssig-

keitsbewegung den Werten U_z und U_z gleichmachen kann. Selbst wenn ξ den passenden Wert

$$-\frac{p \pi \cos \vartheta G_1^{(1)}(\kappa' r)}{l \kappa' r G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)}$$

hätte, was wegen des darin enthaltenen Faktors $\cos \vartheta$ ganz ausgeschlossen erscheint, können die Werte nicht gleich werden, weil u_z und u_z den Faktor $\sin(p \pi z/l)$, U_z und U_z aber den Faktor $\sin(2 p \pi z/l)$ enthalten, die beide stets voneinander verschieden sind.

Man muß also auf die Berücksichtigung der ϑ - und z -Komponente verzichten, wenn man sich die in der „Wellenbewegung“ diskutierte, hier in den Gleichungen (9) bis (12) dargestellte, Flüssigkeitsschwingung durch die Schwingung einer Saite hervorgebracht denken will; d. h. man muß, wie oben bemerkt, die äußere Reibung an der Saitenoberfläche gleich Null setzen. Bewegungsimpulse werden alsdann nur infolge der Verdrängung der Flüssigkeit durch die Saite von dieser erteilt, und der Widerstand, den die Bewegung der Saite erfährt, ist das, was in der Technik „Verdrängungswiderstand“ genannt wird.

II. Zusatzkraft, scheinbare Massenvergrößerung und Frequenzänderung der schwingenden Saite im Fall III (κ imaginär).

§ 5. Allgemeiner Ausdruck der von der Flüssigkeitsbewegung stammenden Zusatzkraft.

Wenn sich die Saite bewegt, so wirkt als bewegende Kraft nicht nur ihre eigene Elastizität, bzw. ihre Spannung, sondern auch der von dem umgebenden Medium auf sie ausgeübte Druck, der an verschiedenen Stellen ihrer Oberfläche verschieden groß ist und daher immer eine Resultante in irgend einer bestimmten Richtung, nicht bloß einen allseitig gleichen Druck auf die Saite ergibt.

Infolge der Symmetrie der Flüssigkeitsbewegung in bezug auf die zx -Ebene fällt die Resultante stets in die x -Richtung, denn die beiden auf die obere und die untere Hälfte eines Querschnittes wirkenden y -Resultanten heben sich gegenseitig auf. Es kommt auch nur die in die x -Richtung fallende Kraft in Betracht, da dies die Bewegungsrichtung der Saite ist.

Wir denken uns eine Scheibe von der Dicke dz durch zwei zur z -Achse senkrechte Ebenen aus der Saite herausgeschnitten. Auf ein Flächenelement $r_1 d\vartheta dz$ einer solchen Querschnittsscheibe wirkt die Druckkraft $p r_1 d\vartheta dz$ senkrecht nach innen, d. h. in der Richtung $-r$. Rechnet man die Kraft in der Richtung r , also nach außen hin, positiv, so ist die auf das genannte Flächenelement wirkende Kraft

$$-p r_1 d\vartheta dz.$$

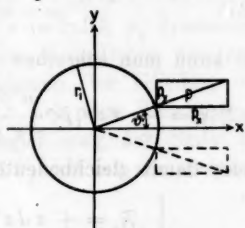


Fig. 2.

Ihre x -Komponente ist (vgl. Fig. 2)

$$-p_x r_1 d\vartheta dz = -p \cos \vartheta r_1 d\vartheta dz.$$

Dieser Ausdruck, über den ganzen Scheibenumfang, also von $\vartheta = 0$ bis $\vartheta = 2\pi$ integriert, gibt die gesamte von der Flüssigkeit in der $+x$ -Richtung auf die Saitenscheibe ausgeübte Druckkraft. Sie ist

$$(29) \quad \mathfrak{F}_x = -dz r_1 \int_0^{2\pi} p \cos \vartheta d\vartheta.$$

§ 6. Frequenzänderung einer Saite in Gas im Fall III.

Für Gase als umgebendes Medium ist $p = \bar{p}(1 + \gamma s)$, wobei s durch (27) bestimmt ist. Einsetzen dieses Wertes von p und s ergibt

$$(30) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{F}_x &= -dz r_1 \bar{p} \int_0^{2\pi} \cos \vartheta d\vartheta \\ &- dz r_1 \bar{p} \gamma \frac{n^2 U_0 G_1^{(1)}(x' r_1)}{c^2 x' G_1^{(1)}(x' r_1)} \cos \frac{p \pi x}{l} \sin(n t + \omega) \int_0^{2\pi} \cos^2 \vartheta d\vartheta \\ &= -\pi dz r_1 \bar{p} \gamma \frac{n^2 U_0 G_1^{(1)}(x' r_1)}{c^2 x' G_1^{(1)}(x' r_1)} \cos \frac{p \pi x}{l} \sin(n t + \omega), \end{aligned} \right.$$

denn

$$\int_0^{2\pi} \cos \vartheta d\vartheta = 0 \quad \text{und} \quad \int_0^{2\pi} \cos^2 \vartheta d\vartheta = \pi.$$

Berücksichtigt man nun die Gleichung (18) bzw. die weiter daraus hervorgehende Gleichung

$$(31) \quad \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = -n^2 U_0 \cos \frac{p\pi z}{l} \sin(n t + \omega),$$

so kann man schreiben

$$(32) \quad \mathfrak{F}_x = -\pi dz r_1 \bar{p} \gamma \frac{n^2 G_1^{(1)}(x' r_1)}{c^2 x' G_1^{(1)'}(x' r_1)} U_x = -r_1^2 \pi dz \bar{p} \frac{n^2 G_1^{(1)}(x' r_1)}{x' r_1 G_1^{(1)'}(x' r_1)} U_x$$

oder damit gleichbedeutend

$$(32a) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{F}_x &= +\pi dz r_1 \bar{p} \gamma \frac{G_1^{(1)}(x' r_1)}{c^2 x' G_1^{(1)'}(x' r_1)} \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} \\ &= r_1^2 \pi dz \bar{p} \frac{G_1^{(1)}(x' r_1)}{x' r_1 G_1^{(1)'}(x' r_1)} \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}, \end{aligned} \right.$$

wobei die bekannte Formel für die Schallgeschwindigkeit in Gasen benutzt ist

$$(33) \quad c^2 = \frac{\bar{p} \gamma}{\bar{\rho}}.$$

Bei der Aufstellung der Bewegungsgleichung der Saite ist diese Zusatzkraft zu berücksichtigen, die also entweder der Verschiebung der Saitenteilchen U_x selbst oder ihrer Beschleunigung $\partial^2 U_x / \partial t^2$ proportional gesetzt werden kann.

Für die im Vakuum schwingende Saite erhält man die Bewegungsgleichung, indem man die auf die Querschnittsfläche von der Dicke dz und dem Querschnitt q_0 wirkende Beschleunigungskraft in der x -Richtung

$$\mu_0 \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = \rho_0 q_0 dz \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}$$

der infolge der Ausbiegung entstehenden rücktreibenden elastischen Kraft

$$P_0 dz \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} = p_0 q_0 dz \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}$$

gleichsetzt. Indem man zu dieser rücktreibenden Kraft die von dem Flüssigkeitsdruck herrührende Kraft \mathfrak{F}_x in der Form von (32a) hinzufügt, erhält man die vollständige Bewegungsgleichung

$$(34) \quad dz \rho_0 q_0 \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = p_0 q_0 dz \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \mathfrak{F}_x,$$

also mit Einsetzen des Wertes (32a) für \mathfrak{F}_x

$$(34a) \quad dz \varrho_0 q_0 \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = p_0 q_0 dz \frac{\partial^2 U_x}{d x^2} + \frac{r_1^2 \pi d x \bar{\varrho}}{\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)} \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}.$$

Darin bedeuten ϱ_0 Dichte, q_0 Querschnitt, p_0 Spannung, r_1 den Außenradius der Saite, $\bar{\varrho}$ die Ruhedichte des umgebenden Gases. Durch Zusammenfassen der Glieder, die $\partial^2 U_x / \partial t^2$ als Faktor enthalten, ergibt sich diese Gleichung in derselben Form wie die Bewegungsgleichung der Saite im Vakuum, nur der Koeffizient von $\partial^2 U_x / \partial t^2$ ist ein anderer. Die neue Gleichung lautet

$$(34b) \quad \left[\varrho_0 q_0 - \frac{r_1^2 \pi \bar{\varrho} G_1^{(1)}(\kappa' r_1)}{\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)} \right] \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = p_0 q_0 \frac{\partial^2 U_x}{d x^2}.$$

Durch Vergleichung mit der für die Saite im Vakuum gültigen Gleichung

$$(35) \quad \varrho_0 q_0 \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = p_0 q_0 \frac{\partial^2 U_x}{d x^2}$$

folgt, daß durch die Anwesenheit des Gases die Maße der Längeneinheit der Saite scheinbar um den Betrag

$$D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho} = - \frac{r_1^2 \pi \bar{\varrho} G_1^{(1)}(\kappa' r_1)}{\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)}$$

vergrößert wird. Dabei ist D_1 die Abkürzung

$$(36) \quad D_1 = - \frac{G_1^{(1)}(\kappa' r_1)}{\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)}.$$

Also wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Transversalwellen auf der Saite von dem Vakuumwert

$$(37) \quad C = \sqrt{\frac{p_0}{\varrho_0}} = \sqrt{\frac{P_0}{\varrho_0 q_0}}$$

verkleinert auf

$$(38) \quad \left\{ \begin{aligned} C' &= \sqrt{\frac{P_0}{\varrho_0 q_0 - \frac{r_1^2 \pi \bar{\varrho} G_1^{(1)}(\kappa' r_1)}{\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)}}} = \frac{C}{\sqrt{1 - \frac{r_1^2 \pi \bar{\varrho} G_1^{(1)}(\kappa' r_1)}{\varrho_0 q_0 \kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)}}} \\ &= \frac{C}{\sqrt{1 + \frac{D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho}}{\varrho_0 q_0}}}. \end{aligned} \right.$$

In demselben Verhältnis wird die Eigenfrequenz N verkleinert, d. h. von

$$N_h = \frac{hC}{2l} \text{ auf } N'_h = \frac{hC'}{2l}.$$

Bei einer massiven Saite ist $q_0 = r_1^2 \pi$, so daß sich für sie der Wurzel Ausdruck im Nenner von (38) vereinfacht auf

$$\sqrt{1 - \frac{\bar{q}}{q_0} \frac{G_1^{(1)}(\kappa' r_1)}{\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)}} = \sqrt{1 + \frac{\bar{q} D_1}{q_0}}.$$

Ist κ' und der Saitenradius r_1 gegeben, so hängt die Frequenzverkleinerung im wesentlichen von dem Verhältnis der Dichten des Gases \bar{q} und der Saite q_0 ab.

Der Faktor $D_1 = -G_1^{(1)}(\kappa' r_1)/\kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)$ ist, wie später gezeigt werden wird, von der Größenordnung 1. Daher wird das Zusatzglied bei massiven Saiten von der Ordnung \bar{q}/q_0 , also stets klein gegen 1, wenn das umgebende Medium ein Gas unter nicht extrem hohem Druck ist. (Vgl. Tab. 2 auf p. 31).

Im allgemeinen ist überhaupt das zweite Glied unter der Wurzel in (38) klein gegen 1. Deshalb kann man, die Wurzel in eine Potenzreihe entwickelnd und mit dem ersten Gliede abbrechend, als Näherungswert schreiben

$$(39) \quad C' \cong C \left[1 + \frac{r_1^2 \pi \bar{q} G_1^{(1)}(\kappa' r_1)}{2 q_0 q_0 \kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)} \right] = C \left[1 - \frac{D_1 r_1^2 \pi \bar{q}}{2 q_0 q_0} \right].$$

$$(40) \quad N' \cong N \left[1 + \frac{r_1^2 \pi \bar{q} G_1^{(1)}(\kappa' r_1)}{2 q_0 q_0 \kappa' r_1 G_1^{(1)'}(\kappa' r_1)} \right] = N \left[1 - \frac{D_1 r_1^2 \pi \bar{q}}{2 q_0 q_0} \right].$$

Das zweite Glied der Klammern in diesen Gleichungen ist bei gegebenem \bar{q} und q_0 nur dadurch wesentlich zu vergrößern, daß man die Saitenmasse $q_0 \rho_0$ der Längeneinheit durch Verkleinerung des Querschnitts q_0 möglichst gering macht. Damit aber hierbei nicht auch der Zähler $r_1^2 \pi \bar{q}$ im gleichen Verhältnis abnimmt, darf man die Querschnittverringerung der schwingenden Masse nicht durch Verkleinerung der Saitendicke $2r_1$ bewirken, sondern muß die Saite aushöhlen, so daß der wirksame Saitenquerschnitt ringförmig wird. Praktisch läßt sich das bei Saiten kaum ausführen; wohl aber ist dies Verfahren bei schwingenden Stäben anwendbar, und

man kann durch Benutzung dünnwandiger Hohlstäbe (Rohre) aus leichtem Material einen recht beträchtlichen Einfluß des umgebenden Gases auf die Schwingungsfrequenz erzielen, wie in der eingangs angeführten Arbeit „Schwingungszahländerung“ nachgewiesen ist.

§ 7. Zahlenwerte für die Frequenzänderung von Saiten in Gasen.

Wie gering die Frequenzänderung bei massiven Saiten ist, ersieht man am besten aus einem Beispiel. Bei einer Stahlsaiten von der Dicke $2r_1 = 0,1$ cm, also dem Querschnitt $q_0 = 0,007854$ cm², die von einer Kraft $P = 20,04$ kg-Gew. = $19,64 \cdot 10^6$ Dyn gespannt wird, so daß ihre Spannung $p_0 = P/q_0 = 25 \cdot 10^8$ Dyn/cm² beträgt, ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Transversalwellen

$$C = \sqrt{\frac{P}{q_0}} = 180 \cdot 10^3 \text{ cm/sec,}$$

wenn die Dichte zu $\rho_0 = 7,7$ angenommen wird (vgl. „Wellenbewegung“, Tab. 1 u. 2). Für die p^{te} Teilschwingung wird nach „Wellenbewegung“ Gleichung (113)

$$(41) \quad \kappa' = \frac{p\pi}{lc} \sqrt{c^2 - C^2},$$

indem man daselbst statt des imaginär werdenden κ , mit Umkehrung der Reihenfolge von c und C unter der Wurzel, die Größe κ' einführt; c ist die Schallgeschwindigkeit in dem Gase, l die Länge der Saite. Ist die Umgebung Luft von 0° C., und wird $c = 331,8 \cdot 10^3$ cm/sec gesetzt (entsprechend dem runden Wert 344,0 m/sec bei 20°), so wird

$$\frac{\pi}{c} \sqrt{c^2 - C^2} = 2,639.$$

Beträgt die Saitenlänge $l = 100$ cm, so wird demnach, da $r_1 = 0,05$ cm ist,

$$\kappa' r_1 = 0,00132 \text{ p;}$$

bei größerer Saitenlänge unter sonst gleichen Verhältnissen würde dieser Wert noch kleiner sein. Je höher die Ordnungszahl der Schwingung, desto größer wird $\kappa' r_1$. Der kleinste Wert, der sich hier (für $p = 1$) ergibt, ist $\kappa' r_1 = 0,00132$. Für

so kleine Argumente gibt es keine Tafeln der Funktionen $G_m^{(1)}(x' r_1)$ und ihre Ableitungen. Doch lassen sich die Funktionswerte in dieser Gegend des Argumentes leicht für die ersten Ordnungen $m = 0$ und $m = 1$ mittels der früher angegebenen Reihen¹⁾ berechnen. Aus diesen folgt, daß mit abnehmendem Argument die Funktion $G_0^{(1)}(x' r_1)$ asymptotisch dem Wert²⁾

$$\frac{2}{\pi} \{-\log x' r_1 - \log \gamma + \log 2\},$$

ihre Ableitung also dem Wert

$$-\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{x' r_1}$$

zustrebt, ebenso $G_1^{(1)}(x' r_1)$ dem Wert

$$\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{x' r_1},$$

ihre Ableitung also dem Werte

$$-\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{(x' r_1)^2}.$$

Schon bei dem Argument 0,01 ist der wahre Funktionswert $G_0^{(1)}(0,01)$ von dem angenäherten nur um etwa 14/472000 = 0,03‰, der Funktionswert $G_1^{(1)}(0,01)$ von dem Näherungswert nur um etwa 0,026/100 = 0,26‰, verschieden. Bei kleinerem Argument ist der Unterschied noch geringer. Man kann also unbedenklich mindestens bis zu Argumenten von der Größe 0,01 aufwärts statt der Funktion $G_1^{(1)}(x' r_1)$ die Funktion $2/\pi \cdot 1/x' r_1$ setzen. Daraus folgt aber sofort, daß bis zu dieser Gegend des Argumentes der Faktor

$$D_1 = -\frac{G_1^{(1)}(x' r_1)}{x' r_1 G_1^{(1)'}(x' r_1)}$$

den Wert 1 hat. Erst bei größeren Argumenten wird er merklich kleiner.

In dem angeführten Beispiel der massiven Saite hat dieser Faktor also für alle Teilschwingungen von nicht sehr

1) Vgl. „Wellenbewegung“, Gleichung (39) und (40).

2) Hier ist γ natürlich nicht das Verhältnis der spezifischen Wärmen eines Gases, sondern ebenso wie „Wellenbewegung“ § 5 die Konstante $\gamma = 1,7811$, $\log \text{nat } \gamma = 0,57722$ die Eulersche Konstante.

hoher Ordnung den Maximalwert 1. Trotzdem ist aber die Frequenzänderung verschwindend klein, weil $r_1^2 \pi = q_0$ und somit $r_1^2 \pi \bar{\rho} / 2 q_0 \rho_0 = \bar{\rho} / 2 \rho_0$ ist, welcher Wert hier bei normalem Gasdruck und mittlerer Temperatur, wo $\bar{\rho}$ annähernd 0,0012 ist, von der Ordnung $0,0012/15 = 0,00008$, also noch nicht ganz ein Zehntausendstel wird. Frequenzänderungen von dieser Größe, d. h. also beispielsweise von 0,1 Schwing./Sek. bei einer ursprünglichen Schwingungszahl von 1000 Schwing./Sek., lassen sich zwar noch beobachten, bleiben aber doch gerade an der Grenze des Wahrnehmbaren, zumal da durch andere Einflüsse (Temperaturänderung, Nachgeben der Befestigung der Saite usw.), leicht größere Änderungen herbeigeführt werden können.

Zur Berechnung des Faktors D_1 braucht man den Wert des Differentialquotienten $G_1^{(1)}(\kappa' r_1)$, und dieser ergibt sich durch Anwendung der Differentialformeln der Zylinderfunktionen¹⁾ in den drei Formen

$$(42) \quad \begin{cases} \frac{d G_m^{(1)}(\xi)}{d \xi} = G_m^{(1)'}(\xi) = -\frac{m}{\xi} G_m^{(1)}(\xi) - G_{m-1}^{(1)}(\xi) \\ \quad = \frac{m}{\xi} G_1^{(1)}(\xi) - G_{m+1}^{(1)}(\xi) = -\frac{1}{2} G_{m-1}^{(1)}(\xi) - \frac{1}{2} G_{m+1}^{(1)}(\xi), \end{cases}$$

also für $m = 1$

$$(42a) \quad \begin{cases} \frac{d G_1^{(1)}(\xi)}{(d \xi)} = G_1^{(1)'}(\xi) = -\frac{1}{\xi} G_1^{(1)}(\xi) - G_0^{(1)}(\xi) \\ \quad = \frac{1}{\xi} G_1^{(1)}(\xi) - G_2^{(1)}(\xi) = -\frac{1}{2} G_0^{(1)}(\xi) - \frac{1}{2} G_2^{(1)}(\xi). \end{cases}$$

Zahlenwerte sind später in § 10, Tab. 2, angegeben.

III. Scheinbare Massenvergrößerung und Frequenzerniedrigung massiver und hohler Stäbe (Röhren) im Fall III.

§ 8. Frequenzänderung durch das umgebende Gas.

Ganz anders wird die Sache, wenn man statt des massiven schwingenden Körpers einen hohlen benutzen kann. Das ist aber nur möglich, wenn an Stelle der gespannten Saite ein infolge seiner eigenen Elastizität schwingender Stab tritt. Wird derselbe ausgehöhlt, so daß er ein dünnwandiges

1) Vgl. „Wellenbewegung“ § 6 Gleichung 50.

Rohr von noch genügender Steifigkeit bildet, so kann seine Masse pro Längeneinheit wesentlich kleiner gemacht werden, ohne daß der Außendurchmesser verkleinert zu werden braucht. Hier kann also der Quotient $r_1^2 \pi / q_0$ in (38) und den folgenden Gleichungen viel größere Werte annehmen, so daß die relative Frequenzänderung wesentlich größer wird.

Zu berücksichtigen ist, daß die Schwingungsfigur eines transversal schwingenden Stabes — ob massiv oder hohl ist gleichgültig — keine Sinuslinie ist, sondern insbesondere bei den Eigenschwingungen niederer Ordnung wesentlich davon abweicht. Deshalb kann man unter keinen Umständen mit einem einzigen Parameterwerte p , also einem Gliede φ_{1p} des Geschwindigkeitspotentials auskommen, wie es bei der Saite der Fall ist; sondern man muß eine größere Anzahl solcher Glieder — bei gleichbleibender Frequenz — benutzen, die eine Fourierreihe bilden, mit der man die Flüssigkeitsbewegung der Stabbewegung anpassen kann. Um dabei zu realisierbaren Fällen zu gelangen, muß man sich ebenso wie früher bei der Saite denken, daß der Stab senkrecht zwischen zwei parallelen, unendlich ausgedehnten Ebenen befestigt ist, so daß er seine gesamte Energie nur innerhalb des so gebildeten Raumes, eines „Schwingungsfaches“ in der früher gewählten Bezeichnung, abgibt, d. h. im wesentlichen senkrecht zu seiner Achse. In der



Fig. 3.

mathematischen Behandlung hat man dafür einen unendlich langen schwingenden Zylinder zu setzen, dessen der Schwingungsfigur des Stabes entsprechende Schwingungsfigur sich periodisch wiederholt, wenn man um die Stablänge l fortschreitet. Dieser Zylinder wird also gewissermaßen von unendlich vielen an einandergesetzten, in gleicher Form und Phase schwingenden Stäben gebildet (vgl. Fig. 3). In dem durch diese Figur dargestellten Beispiel wird angenommen, daß der Stab mit zwei freien Enden schwingt und zwar in der Grundschwingung mit zwei Knoten. Selbstverständlich

gilt alles ebenso für die Schwingungen mit mehr als zwei Knoten.

Für jedes einzelne Glied des Geschwindigkeitspotentials und die dazu gehörende Flüssigkeitsbewegung läßt sich der Anschluß der Flüssigkeits- an die Stabbewegung genau so wie bei der Saite ausführen.

Man kann die Bewegungsgleichung des Stabes gleich in der allgemeinen Form benutzen, die für schichtweise homogene Stäbe gelten, d. h. für solche Stäbe, die aus zur Stabachse parallelen Schichten verschiedener Elastizität und Dichte bestehen. Es sei

U (Komponenten $U_x, U_r \dots$) die seitliche Verschiebung } der Stab-
 U (Komponenten $u_x, u_r \dots$) die Geschwindigkeit } teilen,
 ρ die Dichte }
 E der elastische Dehnungsmodul } innerhalb einer Schicht,

$K = \int x^2 dq$ das Trägheitsmoment eines mit Masse von der Dichte 1 belegten Querschnitts innerhalb einer homogenen Schicht, bezogen auf die für die Schwingungen geltende Drehungsachse des Querschnitts.
 q die Fläche eines solchen Querschnitts.

Mit Weglassung eines stets gegen die beiden anderen kleinen Gliedes lautet die Bewegungsgleichung des Stabes im Vakuum

$$(43) \quad dz \sum \rho q \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = - dz \sum EK \frac{\partial^4 U_x}{\partial x^4},$$

oder mit Weglassung des Faktors dz beiderseits

$$(43a) \quad \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} \sum \rho q + \frac{\partial^4 U_x}{\partial x^4} \sum EK = 0.$$

Die Summen $\sum \rho q$ und $\sum EK$ bedeuten die Summen von ρq und EK über den ganzen Stabquerschnitt, der in die einzelnen homogenen Teile zerfällt.

Indem man wieder nach (32a) die von der Gasbewegung herrührende Zusatzkraft \mathfrak{F}_x rechts hinzufügt, erhält man die Bewegungsgleichung des Stabes im Gase

$$(44) \quad dz \sum \rho q \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = - dz \sum EK \frac{\partial^4 U_x}{\partial x^4} + r_1^2 \pi dz \bar{\rho} \frac{G_1^{(1)}(x' r_1)}{x' r_1 G_1^{(1)'}(x' r_1)} \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}$$

oder mit anderer Anordnung der Glieder und Weglassung von dz :

$$(44a) \quad \frac{\partial^2 U_s}{\partial t^2} [\sum \varrho q + r_1^2 \pi \bar{\varrho} D_1] + \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} \sum EK = 0,$$

wobei wieder die Abkürzung D_1 nach Gleichung (36) benutzt ist. Die Vergleichung von (43a) und (44a) ergibt, daß die Summe $\sum \varrho q$, d. h. die Masse der Längeneinheit des Stabes, um den Wert $D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho} = -r_1^2 \pi \bar{\varrho} G_1^{(1)}(x' r_1)/x' r_1 G_1^{(1)'}(x' r_1)$ vergrößert wird, also dasselbe Resultat wie bei der Saite. Und ebenso folgt auch weiter, daß die relative Frequenzänderung denselben Wert hat wie dort. Denn die sekundliche Frequenz für den j^{ten} Teilton im Vakuum ist¹⁾

$$(45) \quad N_0^{(j)} = \frac{m_i^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{\sum EK}{\sum \varrho q}},$$

im Gas

$$(46) \quad N^{(j)} = \frac{m_i^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{\sum EK}{\sum \varrho q + D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho}}} = \frac{N_0^{(j)}}{\sqrt{1 + \frac{D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho}}{\sum \varrho q}}}.$$

Durch Reihenentwicklung der Wurzel im Nenner von (46) erhält man die wie Gleichung (40) gebaute Formel

$$(46a) \quad N^{(j)} = N_0^{(j)} \left[1 - \frac{D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho}}{2 \sum \varrho q} \right].$$

Die Summe $\sum \varrho q$ bezieht sich auf alle fest mit dem schwingenden Stab verbundenen Schichten. Ist der Stab hohl, so wird eine dieser Schichten durch die das Innere des Hohlstabes ausfüllende Materie gebildet. Diese kann gasförmig sein; bei einem beiderseits offenen Hohlzylinder, der sich in einem Gase befindet, ist das z. B. immer der Fall. Man kann dann annehmen, daß die Gasfüllung, die ja nicht seitlich ausweichen kann, wie ein starr mit der Zylinderwand verbundener Körper mitschwingt.

§ 9. Wirkung des eingeschlossenen Gases bei Hohlstäben.

Will man die Annahme, daß das eingeschlossene Gas als Ganzes an der Stabbewegung teilnimmt, nicht machen, so kann man genau so, wie es für den Außenraum geschehen ist, auch für den Innenraum des Hohlzylinders die Bewegungsgleichungen der Gasmasse aufstellen und auch hier die Zusatzkraft berechnen, welche der Bewegungsgleichung des Stabes infolge

1) Vgl. „Schwingungszahländerung“ Gleichung (4) auf p. 346.

des Druckes der bewegten Gasmasse hinzugefügt werden muß; die Rechnung und das Ergebnis ist derjenigen für den Außenraum ganz analog, sie braucht nur kurz angedeutet zu werden.

Das Geschwindigkeitspotential für den Innenraum des Rohres ergibt sich wie das des Außenraumes aus den Ansätzen der Gleichung (3) ff. in „Wellenbewegung“; nur dürfen in R [Gleichung (13)] bloß solche Zylinderfunktionen benutzt werden, die in der Zylinderachse ($r = 0$) endlich bleiben. Diese Forderung wird nur von der Besselschen Funktion $J_m(xr)$ sowohl mit reellem, als auch imaginärem Argument erfüllt. Daher erhält man, wenn man nach dem Muster der Entwicklungen in §§ 7, 8, 9 der angeführten Arbeit von dem komplexen Wert des Potentials zum reellen übergeht, folgende einfache Ausdrücke für den Innenraum:

Fall I (x reell):

$$(47) \quad \varphi_{mp} = A'_{mp} \cos m \vartheta \cos \frac{p \pi x}{l} J_m(xr) \cos(n t - \delta').$$

Fall II ($x = 0$):

$$(48) \quad \varphi_{mp} = B'_{mp} \cos m \vartheta \cos \frac{p \pi x}{l} r^m \cos(n t - \varepsilon').$$

Fall III ($x = ix'$ imaginär):

$$(49) \quad \varphi_{mp} = I'_{mp} \cos m \vartheta \cos \frac{p \pi x}{l} I_m(x'r) \cos(n t \pm \frac{m \pi}{2} - \eta').$$

Dabei bedeutet $I_m(x'r)$ die reelle Funktion des reellen Argumentes $x'r$, die mit der Besselschen Funktion des imaginären Argumentes $ix'r$ zusammenhängt nach der Gleichung

$$(50) \quad I_m(\xi) = i^{-m} J_m(i \xi),$$

woraus für $I_m(\xi)$ die einfache Entwicklung folgt

$$(51) \quad I_m(\xi) = \left(\frac{\xi}{2}\right)^m \left\{ 1 + \frac{\left(\frac{\xi}{2}\right)^2}{1(m+1)} + \frac{\left(\frac{\xi}{2}\right)^4}{1 \cdot 2 \cdot (m+1)(m+2)} + \dots \right\}.$$

Die Größen δ' , ε' , η' sind willkürliche Phasenkonstanten, A'_{mp} , B'_{mp} und I'_{mp} Amplitudenkonstanten, $\Pi(m)$ die Gauss'sche Π -Funktion.

Die Gleichung (49), die uns hier zunächst interessiert, hat genau dieselbe Form wie Gleichung (78) der „Wellenbewegung“, nur ist $I_m(x'r)$ an Stelle von $G_m^{(1)}(x'r)$ getreten; mit dem Werte $m = 1$ entspricht sie vollkommen der Gleichung (9) der vor-

liegenden Arbeit, die aus jener durch Spezialisierung des Wertes m hervorgegangen ist. Alle Rechnungen, die den Anschluß der durch (9) dargestellten Flüssigkeitsbewegung im Außenraum an die Saiten- bzw. Stabbewegung betreffen, gelten daher formell ungeändert auch für die Bewegung im Innenraum des Hohlstabes, die durch (49) mit $m = 1$ dargestellt wird. Man hat nur zu berücksichtigen, daß als Radius des Zylindermantels nicht r_1 (Außenradius), sondern r_2 (Innenradius) einzusetzen ist, um die Grenzbedingungen zu erfüllen. Selbstverständlich läßt sich auch hier nur die Grenzbedingung für die r -Komponente der Bewegung, nicht auch für die ϑ - und z -Komponente erfüllen, wie früher (§ 4) genauer ausgeführt worden ist.

Man hat zu setzen

$$(52) \quad \begin{cases} I'_{1p} = \frac{n U_0}{r'} \frac{1}{I'_1(r' r_2)}, \\ \pm \frac{\pi}{2} - \eta' = \omega, \quad \text{also} \quad \eta' = \pm \frac{\pi}{2} - \omega, \end{cases}$$

und erhält dann für Geschwindigkeitspotential, Geschwindigkeit usw. im inneren Flüssigkeitsraum die Gleichungen (24) bis (27) mit den beiden Änderungen, daß r_1 und r_2 und die Funktion $G_1^{(1)}(\xi)$ durch $I_1(\xi)$, also auch $G_1^{(1)'}(\xi)$ durch $I_1'(\xi)$ ersetzt wird.

Tafeln für die Funktionen $I_m(\xi)$ sind mehrfach berechnet worden.¹⁾ Mit ihrer Hilfe lassen sich auch die Werte der abgeleiteten Funktionen $I_m'(\xi)$ angeben, denn mittels (50) folgt für I' aus der bekannten Differentialformel der Zylinderfunktionen

$$(53) \quad \begin{cases} \frac{d I_m(\xi)}{d \xi} = I_m'(\xi) = -\frac{m}{\xi} I_m(\xi) + I_{m-1}(\xi) \\ = \frac{m}{\xi} I_m(\xi) + I_{m+1}(\xi) = \frac{1}{2} I_{m-1}(\xi) + \frac{1}{2} I_{m+1}(\xi), \end{cases}$$

1) Vgl. z. B. Jahnke-Emde, Tafel XXIV, p. 159. Die dort angegebenen Funktionen $J_0(i\xi)$, $-iJ_1(i\xi)$ usw. sind direkt unsere Funktionen $I_0(\xi)$, $I_1(\xi)$ usw.; die Bezeichnung $I_m(\xi)$ wird übrigens auch von englischen Autoren benutzt.

also für $m = 1$

$$(54) \quad \begin{cases} \frac{d I_1(\xi)}{d \xi} = I_1'(\xi) = -\frac{1}{\xi} I_1(\xi) + I_0(\xi) \\ = \frac{1}{\xi} I_1(\xi) + I_2(\xi) = \frac{1}{2} I_0(\xi) + \frac{1}{2} I_2(\xi). \end{cases}$$

Berechnet man hiernach $I_1'(\kappa' r_2)$ und damit weiter den Quotienten (vgl. Tab. 2)

$$(55) \quad D_2 = \frac{I_1(\kappa' r_2)}{\kappa' r_2 I_1'(\kappa' r_2)},$$

so sieht man, daß dieser für kleine Werte des Argumentes $\kappa' r_2$ dem Werte 1 asymptotisch zustrebt; für größere Werte sinkt er, zunächst sehr langsam, unter 1. Er hat z. B. für $\kappa' r_2 = 0,1$ den Wert 0,9974, für $\kappa' r_2 = 1$ immer noch den Wert 0,8064. Bei Werten des Argumentes unterhalb 0,1 ist er also praktisch, gleich 1 zu setzen. Das hat zur Folge, daß man auf diesem Wege praktisch zu derselben Formel gelangt, als wenn man annimmt, das eingeschlossene Gas oder die Flüssigkeit sei wie eine feste Schicht mit der Rohrwand verbunden und nehme vollständig an ihrer Bewegung teil. Es ist die Formel (44), in der $\sum \rho q$ auch über den Innenraum des Hohlzylinders zu erstrecken ist; $\sum EK$ ist daselbst nur über den Wandquerschnitt zu erstrecken, da das den Innenraum erfüllende Medium (Gas oder Flüssigkeit) keine Dehnungselastizität besitzt, so daß E daselbst Null ist. Es ist übrigens dieselbe Formel, die auf Grund anderer Überlegungen schon in „Schwingungszahländerung“ § 8 aufgestellt worden ist.¹⁾

Sie ergibt sich hier, indem man in der Bewegungsgleichung (43) des Stabes rechts außer der von der äußeren Flüssigkeit herrührenden Zusatzkraft auch die von der innen befindlichen stammende Kraft hinzufügt. Diese von dem periodisch variierenden Druck p daselbst herrührende Kraft läßt sich für ein eingeschlossenes Gas genau so wie für ein den Stab umgebendes Gas berechnen und man erhält die den Formeln (32) und (32a) entsprechenden Formeln

$$(56) \quad \mathfrak{F}_x = r_2^2 \pi d z \bar{\rho} n^2 \frac{I_1(\kappa' r_2)}{\kappa' r_2 I_1'(\kappa' r_2)} U_x = r_2^2 \pi d z \bar{\rho} n^2 D_2 U_x$$

1) l. c. p. 347.

oder damit gleichbedeutend

$$(56a) \quad \mathfrak{F}_x = r_2^2 \pi dz \bar{\varrho} \frac{I_1(x' r_2)}{x' r_2 I_1'(x' r_2)} \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = r_2^2 \pi dz \bar{\varrho} D_2 \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}$$

für die x -Komponente dieser Kraft. Sie gehen aus jenen hervor, wenn man darin r_1 durch r_2 , $G_1^{(1)}$ durch I_1 und das negative durch das positive Vorzeichen ersetzt. Durch Hinzufügung dieser Kraft geht die Bewegungsgleichung aus (43a) über in die vervollständigte

$$(57) \quad \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} [\sum \varrho q + r_1^2 \pi \bar{\varrho} D_1 + r_2^2 \pi \bar{\varrho} D_2] + \frac{\partial^4 U_x}{\partial x^4} \sum EK = 0.$$

Wenn, wie es wohl meist der Fall sein wird, die Rohrwand eine einzige homogene Schicht ist, so ist statt $\sum \varrho q$ und $\sum EK$ natürlich einfach ϱq und EK zu setzen. Die Schwingungsfrequenz wird daher statt (45) im Gas¹⁾

$$(58) \quad \left\{ \begin{aligned} N^{(0)} &= \frac{m_1^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{\sum EK}{\sum \varrho q + D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho} + D_2 r_2^2 \pi \bar{\varrho}}} \\ &= \frac{N_0^{(0)}}{\sqrt{1 + \frac{D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho} + D_2 r_2^2 \pi \bar{\varrho}}{\sum \varrho q}}} \end{aligned} \right.$$

§ 10. Berechnung der Koeffizienten D_1 und D_2 .

Da D_1 und D_2 in allen praktisch vorkommenden Fällen annähernd gleich Eins sind, so ist nach dieser Formel die Wirkung des innen und außen befindlichen Gases auf den Schwingungsvorgang annähernd so, als ob die innen eingeschlossene Gasmasse ganz und von der äußeren Gasmasse ein Volumen an der Bewegung des (Hohl-)Zylinders teilmimmt, das gleich dem von dem Zylinder verdrängten Gasvolumen ist. Genauer ist nicht das volle Volumen des Zylinders zu nehmen, sondern die Bruchteile D_2 (innen) und D_1 (außen), die immer etwas — wenn auch oft verschwindend wenig — kleiner als Eins sind. Das stimmt auch mit den Versuchsergebnissen überein, die ich früher mitgeteilt habe.²⁾ Danach ist der scheinbare Gesamtquerschnitt der innen und außen mitgeführten Gas-

1) Die Formel läßt sich noch etwas weiter verallgemeinern, indem man die Gasdichte außen und innen verschieden annimmt. Man hat dann $D_1 r_1^2 \pi \bar{\varrho}_1$ und $D_2 r_2^2 \pi \bar{\varrho}_2$ zu setzen.

2) Vgl. „Schwing.-Zahländerung“ p. 29.

masse nicht ganz doppelt so groß wie der Innenquerschnitt des schwingenden Rohres. Im Mittel war er bei Rohr 4 $q' + q'' = 22,16$ und bei Rohr 5 $q' + q'' = 9,286$, während der doppelte Innenquerschnitt $2q'$ 24,14 bzw. 10,75 qcm betrug. Im ersten Falle ist also der scheinbar mitgeführte Gesamtquerschnitt $22,16/24,14 = 0,918$, im zweiten Falle $9,286/10,75 = 0,864$ des doppelten Innenquerschnitts.¹⁾

Um die Koeffizienten D_1 und D_2 zu berechnen, braucht man die Kenntnis der Werte $\kappa' r_1$ und $\kappa' r_2$, also, da r_1 und r_2 natürlich gegeben sind, des Wertes κ' . Dieser hängt nach Definition (vgl. die Tabelle der Bezeichnungen am Anfang) von der Größe k , also von der Wellenlänge der Schwingung in der Flüssigkeit $\lambda = 2\pi/k$, und der Ordnungszahl p der Teilschwingung in Verbindung mit der Stablänge l ab. Als Teilschwingungen werden hier die sinusförmigen Schwingungen bezeichnet, welche den Stab wie eine Saite in gleichlange Abschnitte zwischen je zwei Knoten teilen, wobei die Frequenz ganz beliebig angenommen werden kann. Die „Teilschwingungen“ sind also von den Eigenschwingungen des Stabes durchaus verschieden, denn sie beziehen sich nur auf die räumliche Gestalt, während jeder Eigenschwingung außer ihrer Schwingungsfigur eine ganz bestimmte Frequenz zukommt. Eine einzelne Teilschwingung ist gar keine mögliche Eigenschwingung des Stabes, denn deren Schwingungsfigur ist bekanntlich nicht sinusförmig, und ihre Knotenabstände sind ungleich groß, was besonders bei den Eigenschwingungen niederer Ordnung hervortritt. Die Schwingungsfigur einer wirklichen Stabschwingung wird durch Übereinanderlagerung mehrerer (unter Umständen unendlich vieler) Teilschwingungen erhalten, die zusammen eine Fourierreihe bilden. Für jede dieser Teilschwingungen erhält man, da die Frequenz n , also auch k konstant ist, die Ordnungszahl p aber variiert, einen besonderen Wert κ bzw. κ' . Nur in roher Annäherung kann man die Schwingungsfigur einer Stabeigenschwingung als Sinuslinie ansehen und demgemäß die Eigenschwingung durch die Teilschwingung mit gleicher

1) q' und q'' sind identisch mit unseren D_1 und D_2 , unser \bar{q} lautet in der älteren Arbeit q' .

Knoten- und Ordnungszahl p ersetzen. Bei der tiefsten Eigenschwingung hat man in diesem Falle $p = 2$ zu setzen.

Für die beiden früher¹⁾ benutzten Aluminiumrohre 4 und 5 ergeben sich so folgende in Tab. 1 zusammengestellte Werte für

$$(59) \quad \begin{cases} x = \sqrt{k^2 - \frac{p^2 \pi^2}{l^2}} = \sqrt{\frac{4 \pi^2}{\lambda^2} - \frac{p^2 \pi^2}{l^2}}, \\ x' = \sqrt{\frac{p^2 \pi^2}{l^2} - k^2} = \sqrt{\frac{p^2 \pi^2}{l^2} - \frac{4 \pi^2}{\lambda^2}} \end{cases}$$

und $x r_1, x r_2$.

Tabelle 1.

	Rohr 4			Rohr 5		
	x	$x r_1$	$x r_2$	x	$x r_1$	$x r_2$
$p = 0$	0,0662	0,1325	0,1298	0,0930	0,1251	0,1217
$p = 1$	0,0543	0,1086	0,1064	0,0747	0,1005	0,0978
$p = 2$	0,0372 i	0,0744 i	0,0729 i	0,0602 i	0,0810 i	0,0787 i
$p = 3$	0,0297 i	0,1855 i	0,1817 i	0,1377 i	0,1853 i	0,1802 i
$p = 4$	0,1367 i	0,2735 i	0,2680 i	0,2012 i	0,2706 i	0,2631 i
$p = 5$	0,1780 i	0,3560 i	0,3489 i	0,2610 i	0,3510 i	0,3413 i
$p = 6$	0,2181 i	0,4362 i	0,4275 i	0,3192 i	0,4293 i	0,4175 i

Die Daten dieser Rohre sind

Rohr 4: Länge $L = 82,7$ cm; Außenradius $r_1 = 2,00$ cm; Innenradius $r_2 = 1,96$ cm; Schwing-Zahl $N_{\text{Luft}} = 362,7$ Schwing./Sek.

Rohr 5: Länge $L = 56,7$ cm; Außenradius $r_1 = 1,345$ cm; Innenradius $r_2 = 1,308$ cm; Schwing-Zahl $N_{\text{Luft}} = 509,4$ Schwing./Sek.

Die Schwingungstypen mit den Ordnungszahlen $p = 0$ und $p = 1$ gehören hier also zum Fall I mit reellem x , während die mit höheren Ordnungszahlen von $p = 2$ an zum Fall III mit imaginärem $x (= ix')$ gehören. Die Zahlenwerte der Argumente $x r_1$ (und die davon nur wenig verschiedenen $x r_2$) bewegen sich von etwa 0,07 (bei $p = 2$) aufwärts; bei $p = 6$ haben sie etwa den Wert 0,44 und steigen langsam weiter. Für $p = 0$ und $p = 1$ liegen sie etwas oberhalb 0,1.

Um einen Anhalt dafür zu haben, wie groß die Koeffizienten D_1 und D_2 in diesen Fällen werden, sind deren

1) „Schwing-Zahländerung“ § 3, Tab. 1.

Werte für einige in dem gleichen Gebiete liegende reelle Argumente $\xi = \alpha r$ in nachfolgender Tabelle angegeben.

Tabelle 2.

$\alpha r = \xi$	D_1	D_2
0	1	1
0,01	0,9995	—
0,1	0,976	0,9974
0,5	0,782	—
1,0	0,587	0,8064

Wie man sieht, sinkt D_1 mit wachsendem ξ schneller als D_2 . Das bedeutet: bei den höheren Teilschwingungen ist der Einfluß des außen befindlichen Gases verhältnismäßig geringer als der des Innengases, bei den tieferen Teilschwingungen wirken beide gleich stark. Der in Rechnung zu setzende Bruchteil des Innengases ist auch bei den höheren Schwingungen nur wenig von Eins verschieden. Man kann daher mit einem gewissen Recht so rechnen, als ob die ganze eingeschlossene Gasmasse mit dem Rohr fest verbunden wäre und an seiner Bewegung teilnähme. Für das Außengas sind aber die Werte D_1 der höheren Teilschwingungen — in Betracht kommen die Schwingungen der Ordnungen $p = 2, 4, 6$ usw. — nach Tab. 1 u. 2 so weit von Eins verschieden, daß sehr wohl als Mittelwert des scheinbar mitgeführten Bruchteils der ganzen Gasmasse (innen und außen) die experimentell gefundenen Werte 0,918 bzw. 0,864 (vgl. p. 29) sich ergeben können. Die genauere Berechnung auf Grund der Fourierschen Reihenentwicklung soll hier zunächst noch unterbleiben.

IV. Bewegungsgleichung und Frequenzänderung eines schwingenden Zylinders im Fall I (α reell).

§ 11. Form der Zusatzkraft. Unmöglichkeit | genauer An-
schmiegung der Flüssigkeits- an die Zylinderbewegung wegen
der Strahlungsdämpfung.

Ebenso wie im Fall III (α imaginär) läßt sich auch im Fall II ($\alpha = 0$) durch, wenigstens teilweise, Erfüllung der Grenzbedingungen die Bewegung der äußeren Gasmasse an die stehende Schwingungsbewegung einer Saite oder eines Stabes anschließen. Es ergibt sich dabei nichts wesentlich

Neues; und es ist unnötig, diesen Fall ausführlich zu behandeln, da er nur einen labilen Übergang zwischen reellem und imaginärem x darstellt.

Anders ist es mit dem Fall I (x reell). Es fragt sich, ob und wie bei ihm der Anschluß möglich ist. Die Antwort ist, daß er nicht mehr streng ausführbar ist, weil die bei reellem x vorhandene Strahlung eine zeitliche Dämpfung bedingt, welche auch in der Schwingungsgleichung der Saite zum Ausdruck kommt, aber in der Gleichung der Wellenbewegung des Gases nicht dargestellt wird. Bei schwacher Dämpfung läßt sich aber der Anschluß unter Vernachlässigung derselben näherungsweise durchführen. Die Rechnung stellt sich wie im Fall III. Es ist die r -Komponente der Verrückung der Gasteilchen an der Saitenoberfläche u_r von Gleichung (3) der r -Komponente U_r der Saitenverrückung gleichzumachen, indem man die Amplituden und Phasen passend bestimmt. Mit den so erhaltenen Konstanten lassen sich dann Geschwindigkeitspotential und alle daraus ableitbaren Größen berechnen.

Die beiden gleichzumachenden Größen sind also (vgl. Gleichung (3) und (19))

$$(60) \quad \begin{cases} (u_r)_r = r_1 \\ = \frac{x}{n} \cos \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} \left\{ \begin{aligned} & [A_p^I J_1'(x r_1) + A_p^{II} N_1'(x r_1)] \sin n t \\ & \pm [A_p^I N_1'(x r_1) - A_p^{II} J_1'(x r_1)] \cos n t \end{aligned} \right\}, \end{cases}$$

$$(61) \quad U_r = U_0 \cos \vartheta \cos \frac{p\pi z}{l} [\cos \omega \sin n t + \sin \omega \cos n t].$$

Beide Ausdrücke können nur dann zu allen Zeiten gleich sein, wenn die Faktoren von $\sin n t$ und $\cos n t$ in (60) und (61) gleich sind. Das liefert zwei Gleichungen, aus denen sich A_p^I und A_p^{II} ergeben als

$$(62) \quad \begin{cases} A_p^I = \frac{n U_0}{x} \frac{[J_1'(x r_1) \cos \omega \pm N_1'(x r_1) \sin \omega]}{J_1'(x r_1)^2 + N_1'(x r_1)^2}, \\ A_p^{II} = \frac{n U_0}{x} \frac{[N_1'(x r_1) \cos \omega \mp J_1'(x r_1) \sin \omega]}{J_1'(x r_1)^2 + N_1'(x r_1)^2}. \end{cases}$$

Durch Einsetzen dieser Werte in Gleichung (1) bis (4) erhält man Geschwindigkeitspotential, Geschwindigkeit usw. Es wird insbesondere

Geschwindigkeitspotential:

$$(63) \quad \left\{ \begin{aligned} \varphi_{1p} &= \frac{n U_0 \cos \vartheta \cos \frac{p \pi x}{l}}{x [J_1'(\alpha r_1) + N_1'(\alpha r_1)^2]} \times \\ &\quad \left\{ \begin{aligned} &[J_1'(\alpha r_1) J_1(\alpha r) + N_1'(\alpha r_1) N_1(\alpha r)] \cos(n t + \omega) \\ &\pm [N_1'(\alpha r_1) J_1(\alpha r) - J_1'(\alpha r_1) N_1(\alpha r)] \sin(n t + \omega) \end{aligned} \right\}, \end{aligned} \right.$$

Verdichtung:

$$(64) \quad \left\{ \begin{aligned} s &= - \frac{n^2 U_0 \cos \vartheta \cos \frac{p \pi x}{l}}{c^2 x [J_1'(\alpha r_1)^2 + N_1'(\alpha r_1)^2]} \times \\ &\quad \left\{ \begin{aligned} &- [J_1'(\alpha r_1) J_1(\alpha r) + N_1'(\alpha r_1) N_1(\alpha r)] \sin(n t + \omega) \\ &\pm [N_1'(\alpha r_1) J_1(\alpha r) - J_1'(\alpha r_1) N_1(\alpha r)] \cos(n t + \omega) \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \right.$$

Setzt man diesen Wert s in $p = \bar{p}(1 + \gamma s)$, Gleichung (14), ein und berechnet dann nach Gleichung (29), die von dem schwingenden Gase ausgeübte Druckkraft in der x -Richtung, so erhält man

$$(65) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{F}_x &= r_1^2 \pi d z \bar{p} \frac{n^2 U_0 \cos \frac{p \pi x}{l}}{\alpha r_1 [J_1'(\alpha r_1)^2 + N_1'(\alpha r_1)^2]} \times \\ &\quad \left\{ \begin{aligned} &- [J_1'(\alpha r_1) J_1(\alpha r_1) + N_1'(\alpha r_1) N_1(\alpha r_1)] \sin(n t + \omega) \\ &\pm [N_1'(\alpha r_1) J_1(\alpha r_1) - J_1'(\alpha r_1) N_1(\alpha r_1)] \cos(n t + \omega) \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \right.$$

Diese Kraft setzt sich aus zwei in der Zeitphase um $\pi/2$ gegeneinander verschobenen Teilen zusammen. Der erste ist proportional mit $\sin(n t + \omega)$, also mit U_x bzw. $\partial^2 U_x / \partial t^2$, wie durch Vergleich mit (61) folgt; er bedingt, wie das auch im Fall III zutraf, eine scheinbare Massenvergrößerung der Saite oder des Stabes. Der zweite ist proportional mit $\cos(n t + \omega)$, also mit $\partial U_x / \partial t$; er bedingt eine zeitliche Dämpfung der Schwingung, die von der Energieabgabe durch Ausstrahlung herrührt [unteres Vorzeichen in (65)], bzw. eine Anregung (Verstärkung) derselben durch die einlaufende Welle (oberes Vorzeichen). Es ist nämlich nach (18)

$$(66) \quad \begin{cases} U_0 \cos \frac{\nu \pi x}{l} \sin(n t + \omega) = U_x = -\frac{1}{n^2} \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}, \\ U_0 \cos \frac{\nu \pi x}{l} \cos(n t + \omega) = \frac{1}{n} \frac{\partial U_x}{\partial t}. \end{cases}$$

Setzt man diese Werte in \mathfrak{F}_x ein und bildet damit die vollständigte Differentialgleichung für die Saitenverrückung U_x [vgl. die entsprechende Gleichung (34)], so erhält man

$$(67) \quad \begin{cases} dz q_0 q_0 \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} \\ = p_0 q_0 dz \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + r_1^2 \pi dz \bar{v} \frac{J_1'(x r_1) J_1(x r_1) + N_1'(x r_1) N_1(x r_1)}{x r_1 [J_1'(x r_1)^2 + N_1'(x r_1)^2]} \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} \\ \pm r_1^2 \pi dz \bar{v} n \frac{N_1'(x r_1) J_1(x r_1) - J_1'(x r_1) N_1(x r_1)}{x r_1 [J_1'(x r_1)^2 + N_1'(x r_1)^2]} \frac{\partial U_x}{\partial t}. \end{cases}$$

Diese Gleichung hat aber nicht mehr wie die frühere, (34), eine Lösung von der Form $U_x = U_0 \cos(\nu \pi x/l) \sin(n t + \omega)$, sondern die Lösung ist eine zeitlich gedämpfte (bzw. angeregte) Schwingung von der Form

$$(68) \quad U_x' = U_0' \cos \frac{\nu \pi x}{l} e^{\pm \beta t} \sin(\nu t + \omega'),$$

wo $\nu = \sqrt{n^2 - \beta^2}$ und β eine Abkürzung ist [vgl. auch (69)].

Das obere Vorzeichen in (67) und (68) entspricht einer von der einlaufenden Welle angeregten (verstärkten), das untere einer durch die von der auslaufenden Welle mitgenommenen Energie gedämpften Saitenschwingung. Der Einfachheit halber soll hier und weiterhin immer nur von der gedämpften gesprochen werden. Unsere Lösung für die Wellenbewegung im Gase ist nun aber eine rein periodische, ungedämpfte.¹⁾ Sie läßt sich daher der durch (68) dargestellten Saitenbewegung nicht anschmiegen. Eine solche Anschmiegung ist nur möglich, wenn man die durch die Strahlung bewirkte Dämpfung der Saitenbewegung durch eine entsprechende dauernde Energiezufuhr — z. B. durch dauernde magnetische Erregung von Schwingungen — wieder ausgleicht. Dadurch würde das letzte Glied rechts in (67) beseitigt werden. An solche „unterhaltene“ Saitenschwingungen läßt sich unsere in der „Wellenbewegung“ aufgestellte Bewegung des Gases streng anschließen,

1) Vgl. „Wellenbewegung“.

natürlich abgesehen von den immer nötigen Vernachlässigungen in bezug auf die Bewegungskomponenten in der ϑ - und z -Richtung.

§ 12. Näherungsweise Anschluß der Flüssigkeitsbewegung und Berechnung der Frequenzänderung bei Vernachlässigung der Strahlungsdämpfung.

Auch wenn infolge fehlender Aufrechterhaltung der Schwingungen durch äußere Energiezufuhr die Saitenschwingungen gedämpft sind, kann man die Lösung wenigstens näherungsweise anwenden, solange das dämpfende Glied (mit dem Faktor $\partial U_x / \partial t$) klein gegen das massevergrößernde (mit dem Faktor $\partial^2 U_x / \partial t^2$) ist. Das ist aber der Fall, wenn das Argument κr_1 hinreichend klein ist, wie sich leicht nachweisen läßt. Es sind nämlich — vgl. (66) — $n(\partial U_x / \partial t)$ und $\partial^2 U_x / \partial t^2$ von gleicher Größenordnung; da ferner die übrigen Faktoren in den beiden letzten Gliedern der rechten Seite von Gleichung (67) bis auf $J_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) + N_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1)$ im vorletzten und $N_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) - J_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1)$ im letzten einander gleich sind, so hängt das Größenverhältnis dieser Glieder von den eben genannten beiden Faktoren ab. Von ihnen überwiegt aber bei hinreichend kleinem κr_1 der erste, in dem das Produkt $N_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1)$ vorkommt, das mit verschwindendem Argument schnell unendlich wird. Z. B. ist bei $\kappa r_1 = 0,1$

$$\begin{aligned} J_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) + N_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1) &= -407,24, \\ N_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) - J_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1) &= +6,366.^1) \end{aligned}$$

Das Verhältnis des zweiten zum ersten, also des dämpfenden zum massevergrößernden Anteil der Zusatzkraft \mathfrak{F}_x ist hier demnach $6,366:407,24 = 1:64 = 0,0156$. Bei kleinerem κr_1 ist das Verhältnis noch kleiner.

Ist aber das dämpfende Glied klein gegen das massevergrößernde, das seinerseits wieder — wenigstens bei Gasen — klein ist gegen das Glied $dz \varrho_0 q_0 (\partial^2 U_x / \partial t^2)$, d. h. gegen die beschleunigende Kraft, so ist die Dämpfung klein; genauer ausgedrückt: es ist der Dämpfungsfaktor β klein gegen die Kreisfrequenz n . Denn es ist allgemein

1) Dieser und den folgenden Rechnungen liegen die Zahlenwerte der Taf. IX auf p. 129 in Jahnke-Emdes Funktionentafeln zu Grunde. Nur ist der dort angegebene, offenbar unrichtige Wert 7,0317 für $-N_1(x)$ beim Argument 0,1 durch den richtigen Wert 6,4589 ersetzt worden.

$$(69) \left\{ \beta = \frac{n r_1^2 \pi \bar{\varrho} \cdot \frac{N_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) - J_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1)}{\kappa r_1 [J_1'(\kappa r_1)^2 + N_1'(\kappa r_1)^2]}}{2 \left\{ \varrho_0 q_0 - r_1^2 \pi \bar{\varrho} \frac{J_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) + N_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1)}{\kappa r_1 [J_1'(\kappa r_1)^2 + N_1'(\kappa r_1)^2]} \right\}} \right\}.$$

Wenn aber $\beta \ll n$ ist, so bedeutet das ein kleines logarithmisches Dekrement der Schwingung, also eine nur langsame Abnahme der Schwingungsamplitude der Saite.

Da man bei Saiten die in Betracht kommenden Werte des Argumentes κr_1 , außer für sehr hohe Oberschwingungen, in der Größenordnung 0,001 bis 0,1 zu suchen hat, so ist bei diesen die Bedingung $\beta \ll n$ stets erfüllt, also geringe Dämpfung vorhanden.¹⁾ Die Saitenamplitude bleibt über viele Schwingungsperioden hinweg nahezu konstant, und man kann daher so rechnen, als ob keine Dämpfung vorhanden wäre, und kann die in der „Wellenbewegung“ für den Fall I (reelles κ) gefundene Bewegung des Gases an die Saitenbewegung wenigstens näherungsweise anschließen.

Dadurch ist man auch hier imstande, die Frequenzänderung durch das umgebende Gas zu berechnen. Die Rechnung ist dieselbe wie früher. Die geänderte Frequenz der Saite in Gas wird

$$(70) \quad N' = \frac{N}{\sqrt{1 - \frac{r_1^2 \pi \bar{\varrho}}{q_0 \varrho_0} \frac{J_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) + N_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1)}{\kappa r_1 [J_1'(\kappa r_1)^2 + N_1'(\kappa r_1)^2]}}}$$

oder entwickelt und mit den erlaubten Vernachlässigungen

$$(70a) \quad N' \cong N \left[1 + \frac{r_1^2 \pi \bar{\varrho}}{2 q_0 \varrho_0} \frac{J_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) + N_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1)}{\kappa r_1 [J_1'(\kappa r_1)^2 + N_1'(\kappa r_1)^2]} \right].$$

Wie früher, handelt es sich auch hier um den Wert des Faktors von $r_1^2 \pi \bar{\varrho} / 2 q_0 \varrho_0$. Wir setzen zur Abkürzung — vgl. die entsprechenden Gleichungen (36) und 55) —

$$(71) \quad L = - \frac{J_1'(\kappa r_1) J_1(\kappa r_1) + N_1'(\kappa r_1) N_1(\kappa r_1)}{\kappa r_1 [J_1'(\kappa r_1)^2 + N_1'(\kappa r_1)^2]}$$

und können dann Gleichung (70a) schreiben als

$$(70b) \quad N' \cong N \left[1 - \frac{L r^2 \pi \bar{\varrho}}{2 q_0 \varrho_0} \right].$$

Der Verlauf von L als Funktion des Argumentes $\xi = \kappa r$ geht

1) Natürlich handelt es sich hier nur um die Strahlungsdämpfung; die Dämpfung infolge innerer Reibung usw. ist nicht berücksichtigt. Sie kann je nach Umständen größer oder kleiner als jene sein.

aus nachstehender Tabelle hervor. Für $\xi = 0$ läßt L sich durch einen Grenzübergang finden, für $\xi = \infty$ ebenfalls, unter Benutzung der Näherungsformeln der Zylinderfunktionen für große Argumente¹⁾; für Zwischenwerte kann man L mittels der Tafeln der Zylinderfunktionen²⁾ berechnen.

Während D_1 und D_2 mit wachsendem Argument gleichmäßig von 1 auf 0 fallen, steigt L von 1 zunächst bis zu einem Maximum, das ungefähr bei dem Argument 0,4 liegt und etwas über 1 beträgt, um 1,125 herum. Von da fällt L ziemlich schnell auf Null herab, möglicherweise nicht gleichmäßig, sondern mit Schwankungen, die aber nicht erheblich sein werden. Bestimmten Aufschluß darüber könnte erst eine Berechnung von hinreichend vielen Einzelwerten geben. Doch kommt dies hier nicht weiter in Betracht, da wir nur die Werte für kleine Argumente brauchen, die in Tab. 3 enthalten sind. Nach dieser ist L ebenso wie D_1 und D_2 in dem in Betracht kommenden Gebiet nahezu gleich Eins, so daß alle früher gezogenen Schlüsse über die Veränderung der Schwingungszahl hier im wesentlichen ihre Gültigkeit behalten.

Tabelle 3.
Wert der Funktion L .

$\xi = \pi r$	L
0	1
0,1	1,024
0,2	1,069
0,3	1,107
0,4	1,125
0,5	1,106
0,6	.
0,7	.
0,8	.
0,9	.
1,0	0,6223
2,0	0,1514
:	:
∞	0

Zusammenfassung.

1. Es wird gezeigt, daß die in einer früheren Arbeit behandelte zylindrische Flüssigkeitsschwingung durch teilweise Erfüllung der räumlichen Grenzbedingungen an die transversale Eigenschwingungsbewegung eines unendlich langen Zylinders (Saite, Stab) angeschlossen werden kann. Damit ist das Problem der Erregung von Schallschwingungen in Flüssigkeiten und Gasen durch transversal schwingende Saiten und Stäbe

1) Vgl. „Wellenbewegung“ § 6, besonders Gleichung (44) und (45).

2) Z. B. Jahnke-Emde, „Funktionentafeln“ Taf. III und IX der Zylinderfunktionen.

in allgemeinerer Weise zu behandeln, als es von G. Stokes geschehen ist.

2. Bei der Erfüllung der Grenzbedingungen an der Stab-(Saiten-)Oberfläche muß die äußere Reibung zwischen festem Körper und Flüssigkeit oder Gas vernachlässigt werden, da sonst die Grenzbedingungen nicht alle erfüllbar sind. Diese Vernachlässigung ist erfahrungsgemäß zulässig, ebenso wie man auch die innere Flüssigkeits- und Gasreibung bei akustischen Schwingungen im allgemeinen vernachlässigen kann.

3. Der Anschluß der Flüssigkeitsbewegung an die Saiten-(Stab-)Bewegung läßt sich streng — abgesehen von der unter 2. besprochenen, stets erforderlichen Vernachlässigung — nur in den Fällen ausführen, wo nach Erreichung des stationären Zustandes keine Ausstrahlung von der Saite mehr stattfindet, d. h. in den Fällen II ($\kappa = 0$) und III (κ imaginär), bei denen im ganzen unendlichen Raum stehende Wellen vorhanden sind.

4. Auch im Falle I (κ reell), in dem fortschreitende Wellen und damit Ausstrahlung vorhanden ist, ist der Anschluß näherungsweise möglich, wenn die durch die Ausstrahlung bewirkte Dämpfung der Saitenschwingungen hinreichend klein ist.

5. Auf Grund der somit vollständig bekannten Bewegung des Systems Saite (bzw. Stab) und Flüssigkeit lassen sich die von der letzteren auf jene ausgeübten Zusatzdruckkräfte berechnen. Die Einführung derselben in die Differentialgleichung der Saiten-(Stab-)Schwingung hat dieselbe Wirkung wie eine Massenvergrößerung der Saite bzw. des Stabes bei gleichbleibender rücktreibender, elastischer Kraft und bedingt somit eine Verkleinerung der Eigenfrequenz (Tonvertiefung) von Saite und Stab.

6. Die Formeln für diese Frequenzerniedrigung werden allgemein für die verschiedenen möglichen Fälle (insbesondere I und III) bei Saiten und Stäben, besonders auch hohlen Stäben, in Gasatmosphären aufgestellt, und an einzelnen Beispielen wird ihre Richtigkeit durch Übereinstimmung mit den experimentell gewonnenen Daten nachgewiesen.

Danzig-Langfuhr, Technische Hochschule, Sept. 1914.

(Eingegangen 2. Oktober 1914.)

2. Ionenwolken in feuchter expandierter Luft; von G. Quincke.¹⁾

§ 68. *Ionenwolken von C. T. R. Wilson.* C. T. R. Wilson²⁾ hat α - und β -Strahlen von Radium oder Röntgenstrahlen durch plötzlich ausgedehnte mit Wasserdampf gesättigte Luft in einem elektrischen Felde geleitet und die von den Ionen gebildeten Wasserwolken bei momentaner Beleuchtung photographiert. Man kann aus den Photographien auf die Bahnen der Ionen schließen. Aber Form und Lage der abgebildeten Wolkenstreifen sind beeinflusst, außer von den Ionen und den elektrischen Kräften, von Oberflächenspannung und Gewicht der kondensierten in Luft schwebenden Wasserteilchen, der Diffusion von Luft und elektrischen Teilchen durch das flüssige Wasser, und von der Belichtung und den Luftwirbeln, welche die bewegten Teilchen erregen.

Die photographierten Wolkenstreifen gleichen in Form, Größe und Struktur den positiven und negativen Staubfiguren auf Harzkuchen (§ 50 u. 51). Wolkenstreifen und Staubfiguren bestehen aus Schaumkammern, deren Form von Oberflächenspannung und Viskosität der Kammerwände abhängt, aber bei den Wolkenstreifen vielleicht nur eine Übergangsform zu einem Gleichgewichtszustand ist, welcher bei den Staubfiguren schon erreicht ist.

Die weißen Stellen der Wilsonschen Photographien deuten auf ein Gemisch von flüssigem Wasser und Luft, die Formen der weißen Stellen auf Schaumkammern I. Art, welche in Schaumkammern II. Art (§ 49) übergehen oder übergegangen sind, und in deren oft unsichtbaren Wänden weißliche Blasen

1) Fortsetzung der Untersuchung über elektrische Schaumwände, Ann. d. Phys. 43. p. 460. 1914.

2) C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc. A. 87. p. 277—292. Plates 6—9. 1912.

und Schaumflocken hängen, aus deren Lage man auf Form und Lage der unsichtbaren Schaumwände schließen kann. Das Innere der Schaumkammern ist oft mit viel kleineren lufthaltigen Schaumkammern, mit weißen Schaummassen, gefüllt oder zeigt Reihen runder Schaumflocken auf geraden, gewundenen und schraubenförmigen Strecken.

Ich werde im folgenden, wie früher, unter elektrischen Emanationen der elektrischen Strahlen ganz allgemein den Sprühregen aller elektrischen und unelektrischen Teilchen verstehen, welche von einem elektrischen Radiator oder den Elektroden einer Vakuumröhre fortgeschleudert und auf ihrem Wege in dem Sprühregen zerfallen sind oder sich neu gebildet haben, also Teilchen vom Metall der Elektroden, des Glases und der atmosphärischen Luft, adsorbierte Gase und Dämpfe, Ionen, Elektronen, Ozon, Wasserstoffsuperoxyd, Stickstoffoxyde usw.

§ 69. *Nebelbildung durch negative und positive Ionen bei verschieden starker Expansion der feuchten Luft.* Wird mit Wasserdampf gesättigte staubfreie Luft im elektrischen Felde einige Sekunden vor der Expansion mit Röntgenstrahlen durchstrahlt, so fehlen nach der Expansion die Kondensationskerne und die Nebelbildung, während ohne elektrisches Feld ein dichter Nebel auftritt. Die Kondensationskerne bestehen also aus elektrisch geladenen Teilchen oder Ionen¹⁾ (Wilson 1898).

Bei Bestrahlung mit Röntgenstrahlen und steigender Größe der Expansion oder des Verhältnisses von End- und Anfangsvolumen der feuchten Luft v_2/v_1 , wächst die Anzahl der kondensierten Wassertropfen, jeder Tropfen enthält eine kleinere Menge kondensierten Wassers²⁾ (Wilson 1897). Die Kondensation des Wasserdampfes setzt zuerst an den negativen Ionen ein, etwas später bei den positiven Ionen.³⁾ Negative Ionen zeigten Kondensation schon bei $v_2/v_1 = 1,22$; Nebel bei 1,25. Bei dieser Expansion 1,25 kondensieren die meisten, bei der Expansion 1,28 alle negativen Ionen Wasser. Bei Expansion nach Bestrahlung bildeten negative Ionen dicke Nebel bei $v_2/v_1 = 1,28$ bis 1,38. Positive Ionen wenige Tropfen bei 1,31,

1) C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc. **64**. p. 129. 1898.

2) C. T. R. Wilson, Phil. Trans. A. **189**. p. 282. 1897.

3) C. T. R. Wilson, Phil. Trans. A. **193**. p. 289, 293, 305—6. 1900.

deren Zahl mit steigender Expansion zunimmt. Bei der Expansion 1,35 bildeten positive und negative Ionen gleich dicke Nebel.

Wilson neigte 1900 zu der Ansicht, daß die Ionisation ein Resultat der Expansion ist.

Bei Expansionen über 1,40 bilden sich in staubfreier mit Wasserdampf gesättigter Luft auch ohne Röntgenstrahlen dicke Nebel¹⁾ (J. J. Thomson 1898).

Die negativen Ionen, welche die viel wirksameren Kondensationskerne sind, bewegen sich in Luft und in demselben elektrischen Felde 1,24 mal schneller als die positiven Ionen²⁾ (Zeleny 1898).

Die von Röntgenstrahlen erzeugten Ionen wandern in einem elektrischen Felde mit einem Potentialgefälle von 1 Volt per Zentimeter zwischen 1 bis 2 cm in der Sekunde³⁾ (Wilson 1900).

§ 70. *Wasserwolken in feuchter Luft nach Expansion und unmittelbar darauf folgender Bestrahlung mit Röntgenstrahlen.*

C. T. R. Wilson hat 1912 mit Wasserdampf gesättigte Luft in einem konstanten elektrischen Felde $\frac{1}{50}$ Sekunde nach plötzlicher Verminderung des Luftdruckes ionisiert mit einem 2 bis 5 mm dicken Bündel Röntgenstrahlen von 30 bis 70 cm Reichweite aus einer Crookesröhre, durch welche zwei Leidener Flaschen entladen wurden. Die Röntgenstrahlen traten durch ein Quarzfenster von 0,38 mm Dicke in das mit feuchter Luft erfüllte elektrische Feld der Wolkenkammer. In dem elektrischen Felde zwischen zwei horizontalen borsäurehaltigen Gelatineplatten mit 3,4 cm Abstand und einer Potentialdifferenz von 4 bis 40 Volt wanderten die positiv elektrischen Teilchen nach unten, die negativ elektrischen Teilchen nach oben (in den Photographien). Die von den + und - elektrischen Ionen kondensierten Wassertropfen und Wasserwolken wurden kurz darauf durch einen Flaschenfunken (in einem Quarzrohr mit Quecksilberdampf) beleuchtet und photographiert. Die Achse der photographischen Camera stand nahezu horizontal, senk-

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. 46. p. 532. 1898.

2) J. Zeleny, Phil. Mag. 46. p. 132. 1898.

3) C. T. R. Wilson, Phil. Trans. A. 193. p. 305. 1900.

recht zu dem ionisierenden Strahlenbündel, dessen Strahlen in den Photographien von rechts nach links gehen.

Die Ionen konnten nur kurze Zeit diffundieren, bevor sie mit kondensiertem Wasser belastet wurden und dadurch ihre Geschwindigkeit verloren.

Die schönen Photographien (Wilson 1912, Plate 8 u. 9) zeigen auf geschlängelten Linien mit starken Krümmungen, mit kontinuierlicher oder plötzlicher Änderung der Richtung und spiralig gewundenen Enden Reihen einzelner oder zusammenhängender weißer runder Tropfen, Blasen und Schaumflocken, von gleicher oder periodisch wechselnder Größe (0,4 bis 0,04 mm Durchmesser).

Die Formen dieser kondensierten Wasserwolken gleichen denen der Metallsalzvegetationen, welche aus Kristallsplittern der Sulfate oder Chloride von Kobalt, Nickel, Eisen, Mangan in verdünnten Lösungen von Ferrocyankalium oder Natriumsilikat aufsteigen und von erstarrenden oder erstarrten öartigen Schaumwänden I. und II. Art gebildet werden.¹⁾

Ohne Zweifel sind die weißen Wasserwolken in der expandierten feuchten Luft entstanden aus schaumhaltigen Röhren, an deren Oberfläche dünne Schichten von kondensiertem Wasser liegen, in welchem sich elektrische Emanationen der Röntgenstrahlen zu einer öartigen Flüssigkeit gelöst haben. Die Röhrenwand hat infolge der Oberflächenspannung Anschwellungen und Einschnürungen gebildet und ist in einzelne oder aneinander hängende Blasen zerfallen.

Die im elektrischen Felde voneinander getrennten + und — elektrischen Gasionen und Emanationen kondensieren flüssiges Wasser auf ihrer Oberfläche, verlieren durch diese Belastung ihre Geschwindigkeit. In dieses flüssige Wasser dringen die nachfolgenden Gasionen und elektrischen Emanationen und mitgerissene Luft ein, welche noch nicht ihre Geschwindigkeit verloren haben, ähnlich wie die Kathodenstrahlen in die Glaswand einer Vakuumröhre eindringen (§ 61). Die mit kleinen Gasblasen gefüllten Wassertröpfchen und -bläschen fließen zu einer Schaummasse mit aneinanderhängenden kleinen Schaumblasen zusammen. Eine Lösung elektrischer Emanationen in

1) G. Quincke, Ann. d. Phys. 7. p. 660, 669. Fig. 24, 35. 1902.

flüssigem Wasser breitet sich dabei als ölartige Fremdschicht auf der Oberfläche der in Luft schwebenden Wassertropfen und -blasen unter Verminderung der Oberflächenspannung aus, befördert deren Flockung¹⁾ zu einer langgestreckten Schaummasse und überzieht deren Oberfläche mit einer ölartigen zylinderischen Haut. Diese zylindrische Haut oder Außenwand einer mit weißem lufthaltigen Schaum gefüllten Röhre verkürzt sich an Stellen mit größerer Oberflächenspannung, wie bei den Metallsalzvegetationen. Die Röhre wird an diesen Stellen konkav, krümmt sich, und bildet Wellenlinien, oder Schraubenwindungen oder Spiralen (Textfigur 37, 39, 40 A F, 38).

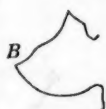


Fig. 37.

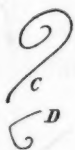


Fig. 38.

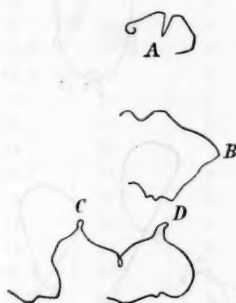


Fig. 39.

Später bildet die ölartige Röhrenwand unter dem Einfluß der Oberflächenspannung Anschwellungen und Einschnürungen und zerfällt in einzelne oder aneinanderhängende Blasen von periodisch wechselnder Größe.

Die ölartige emanationenhaltige Flüssigkeit ist auch im Innern des kondensierten Wassers, und zwar periodisch, abgeschieden worden, und hat hier aneinander hängende Schaumwände I. und II. Art, Schaumflocken mit größeren Schaumkammern gebildet.

Die Schaumkammern und Blasen sind dann gequollen

¹⁾ G. Quincke, Rep. Brit. Assoc. Glasgow. p. 60. 1901; Ann. d. Phys. 7. p. 95. 1902.

durch Luft, welche durch die flüssigen Schaumwände von außen nach innen diffundierte* (vgl. unten § 70).

In Textfigur 37—41 habe ich die Formen einzelner Wolkenstreifen und unsichtbarer Schaumwände gezeichnet. Um

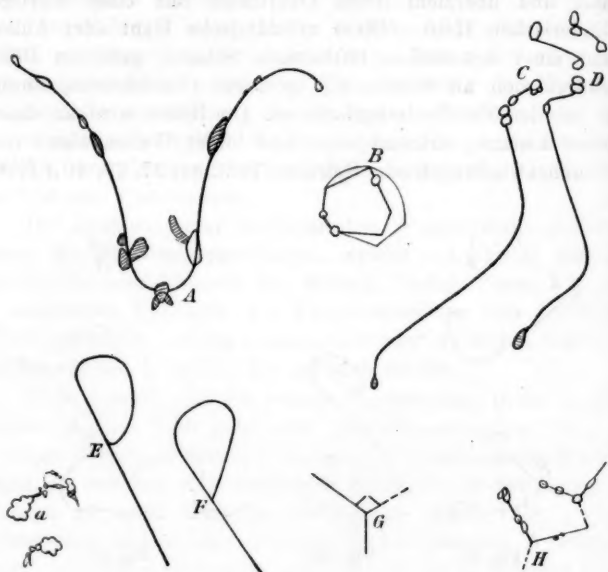


Fig. 40.

die entsprechenden Stellen in den Wilsonschen Photographien leicht aufzufinden, habe ich in der Tab. XXXVIII für die Punkte *a A B C* usw. dieser Textfiguren die horizontale *x*- und die vertikale *y*-Ordinate in Millimetern angegeben mit dem Anfangspunkte des Koordinatensystems in der linken unteren Ecke der betreffenden Photographie, sowie deren Vergrößerung.

Daß nicht ein massiver Wasserstrahl mit suspendierten Luftbläschen in einzelne Tropfen zerfallen ist, beweisen die Anschwellungen in der Mitte und besonders am Ende der Wolkenstreifen (Textfigur 40 *a* und Wilson, Pl. 9 Fig. 1, 2) mit runden, auch seitlich, aneinanderhängenden Blasen. Einzelne

Tabelle XXXVIII.

Textfigur	Wilson	v_2/v_1	x	y	Vergrößerung
37 A	Pl. 8 Fig. 2	1,34	21 mm	37 mm	2,45
B	3	1,33	26	84	2,45
38 C	2	1,34	26,2	75,8	2,45
D	4	1,36	15,5	7	2,45
39 A	Pl. 8 Fig. 4	1,36	27	56	2,45
B	4		35,8	37,5	2,45
C	4		13	18	2,45
D	4		27	18,5	2,45
40 a	Pl. 9 Fig. 2	1,33	42	59	1
40 A	Pl. 9 Fig. 3	1,31	26	45	6
B	3		40	50	6
C	3		59,5	50	6
D	3		65,5	50	6
E	3		19	26	6
F	3		34	17	6
G	3		14	56	6
H	3		24,5	24,5	6
41 A	Pl. 9 Fig. 4	1,28	5	48,6	6
B	4		18	48,5	6
C	4		18	24	6
D	4		46,5	88,2	6
E	4		51,2	26	6
42 A	Pl. 8 Fig. 5	1,36	24	79	2,45
B	5		23	67	2,45
C	5		33	92,5	2,45
D	5		7,5	45	2,45
E	5		5	19	2,45
F	5		41	40	2,45
G	5		26	46,5	2,45
H	5		36	30	2,45
I	5		26	20	2,45
43 A	Pl. 9 Fig. 3	1,31	23	31	6
B	3		59	34,5	6
44 A	Pl. 9 Fig. 4	1,28	15	25	6
B	4		49	49,5	6
C	4		10	46	6

Blasen erscheinen auch eckig, ähnlich den verknoteten Enden von Myelinformen mit erstarrender Oberfläche.¹⁾

1) G. Quincke, Wied. Ann. 53. p. 606. Taf. VIII, Fig. 14 a.

Die Blasen sind außen mit einer dünnen Haut öltartiger Flüssigkeit bedeckt, einer Lösung elektrischer Emanationen in Wasser, deren Oberflächenspannung und Viskosität mit Konzentration und Qualität der Emanationslösung wechselt. Die Konzentration der Emanationslösung nimmt ab, je weiter ein Röntgenstrahl von seinem Fußende zu seinem Kopfende in der feuchten Luft vorgedrungen ist und je mehr Wasser er kondensiert hat. Am Fußende der Strahlen bildet die Emanationslösung mit größerer Konzentration und Viskosität Röhren oder Schaumwände I. Art, am Kopfende mit kleinerer Konzentration und Viskosität runde Blasen oder Schaumwände II. Art.

Da am Kopfende die Wände benachbarter Blasen nicht unter gleichen Winkeln zusammenstoßen (Textfigur 40 a) müssen die Schaumwände verschiedene Oberflächenspannung haben, elektrische Emanationen verschiedener Qualität oder in verschiedener Menge enthalten.

Bei stärkerer Expansion der feuchten Luft wächst die Menge des kondensierten Wassers, die Konzentration der

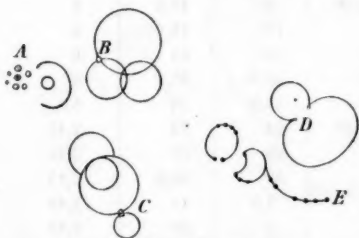


Fig. 41.

Emanationslösung nimmt ab, es bilden sich weniger und dünnere Schaumwände öltartiger Flüssigkeit mit kleinerer Viskosität. Es entstehen kugelförmige Blasen, in welchen noch einzelne Schaumflocken hängen, aus deren Lage man auf Lage und Form der unsichtbaren Schaum-

wände II. Art schließen kann (Textfigur 40 B, 41).

Welche Wolkenstreifen aus + oder - elektrischen Emanationen entstanden sind, und ob neben der Oberflächenspannung auch die elektrischen Kräfte des elektrischen Feldes mit vertikalen Kraftlinien die Form der Wolkenstreifen im Anfang ihres Entstehens bestimmt haben, bleibt ungewiß.

Nach Wilson (1912) gibt Pl. 9 Fig. 3 für eine Expansion mit $v_2/v_1 = 1,31$ die auf positiven Ionen, Pl. 9 Fig. 4 für eine Expansion mit $v_2/v_1 = 1,28$ die auf negativen Ionen kondensierten Wolken (vgl. § 69). Erstere gleichen in der Tat in

vielen Formen den positiven, letztere den negativen Staubfiguren auf Harzkuchen. Positive Ionen bilden in expandierter feuchter Luft Schaumwände I. Art von größerer Viskosität, ähnlich den Schaumwänden positiver Staubfiguren, die negativen Ionen Schaumwände II. Art von kleinerer Viskosität ähnlich den Schaumwänden der negativen Staubfiguren auf Harzkuchen (§ 50).

In den Wolkenstreifen der Textfiguren 37 *AB*; 39 *ABCD*; 40 *A* divergieren zwei nahezu symmetrische Äste von einem Punkte (oder Doppelpunkte).¹⁾

Würden elektrische Kräfte die Bahn der wolkenbildenden Gasionen bestimmt haben, so müßten die kondensierten Wasserteilchen zuerst + oder – elektrisch, dann unelektrisch und am Ende der Bahn – oder + elektrisch gewesen sein. Dies ist nicht wahrscheinlich.

Wilson (1912 p. 290) hält die *nebeneinander* liegenden Kurven in Textfigur 39 *CD*, 40 *CDEF* für die Bahnen + und – elektrischer Gasionen, welche im elektrischen Felde voneinander getrennt und durch Diffusion verschoben worden sind. In einem elektrischen Felde mit vertikalen elektrischen Kraftlinien müßte man m. E. vorzugsweise übereinanderliegende ähnliche Bahnen erwarten (vgl. auch § 71).

In den Textfiguren 40 *aBGH* liegen einzelne Schaumflocken auf unsichtbaren Schaumwänden II. Art; auf einer Kugelfläche oder ebenen Schaumwänden mit 120° Neigung. Die punktiert gezeichneten Schaumwände sind in der Photographie nicht sichtbar, weil die darin hängenden Schaumflocken fehlen.

§ 71. *Runde Schaumflocken in feuchter Luft mit Bestrahlung durch Röntgenstrahlen vor und nach der Expansion.* Ein Vergleich der Fig. 5, Pl. 8 mit den übrigen Wilsonschen Photographien auf Plate 8 und 9 zeigt die Wolkenstreifen viel breiter, wenn die Röntgenstrahlen *vor* der Expansion, als wenn sie *nach* der Expansion durch die feuchte Luft geleitet waren.

Die runden Flocken haben im ersten Fall etwa 1,2 mm, in letzterem 0,1 mm Durchmesser.

1) *Anm.* Ähnliche Formen wie Textfigur 40 *A* mit symmetrisch gestalteten Ästen, welche von demselben Punkte ausgehen, habe ich an dunklen Adern in hellen Marmorplatten beobachtet.

Nach Wilson sollen beim Durchleiten der Röntgenstrahlen vor der Expansion die positiven und negativen Ionen im elektrischen Felde voneinander getrennt worden sein, ehe sie ihre Beweglichkeit durch das auf ihnen kondensierte Wasser verloren haben.

Ich glaube, daß die elektrischen Emanationen der Röntgenstrahlen, wie andere hygroskopische Substanzen aus feuchter Luft — ohne und mit unterkühltem Wasserdampf — flüssiges Wasser kondensieren. In dieses flüssige Wasser dringen Gasionen ein, wie in die Glaswand einer Vakuumröhre (§ 61). Die mit Gasionen und mitgerißener Luft gefüllten Schaumkammern, mit Schaumwänden aus flüssigem Wasser, quellen auf und vergrößern ihr Volumen, wie eine mit Luft gefüllte Seifenblase in Kohlensäure aufquillt, indem die Kohlensäure durch die flüssige Blasenwand von der Stelle mit größerem Partiardruck zu der Stelle mit kleinerem Partiardruck wandert, nach dem Inneren der Blase diffundiert. Die atmosphärische Luft außerhalb der Schaumkammern hat einen größeren Partiardruck, als innerhalb derselben, wo sie mit elektrischen Emanationen und Gasionen vermischt ist. Die Luft wandert also nach dem Inneren der Schaumkammern.

Die kondensierte Menge des flüssigen Wassers ist ohne Expansion geringer, die kondensierten Wasserschichten und Schaumwände sind dünner als mit Expansion. Es muß durch die dünneren Wasserschichten in gleicher Zeit mehr Luft nach dem Inneren der Schaumkammern diffundieren, als durch die dickeren.

Die Schaumflocken in feuchter Luft ohne Expansion mit dünneren Schaumwänden quellen daher weit schneller auf als die Schaumflocken in feuchter expandierter Luft mit dickeren Schaumwänden.

Es entspricht dies meinen Versuchen über Diffusion durch dünne Schaumwände von β Eiweiß und Lösungen von FeCl_3 oder ClH , wo die Volumenzunahme der gebildeten Schaumkammern bei verdünnten Lösungen weit größer ist, als bei konzentrierten Lösungen in der gleichen Zeit.¹⁾

1) G. Quincke, Ann. d. Phys. 11. p. 478—479. Fig. 167. 1908.

Die luftgefüllten aufquellenden Schaumkammern bilden aufquellende Schaumflocken, welche infolge der Oberflächenspannung ihre Enden abrunden und Kugelgestalt annehmen, wie ich bei Flocken mit Schaumwänden aus ölartigem Leimtannat ausführlich nachgewiesen habe.¹⁾ Die Schaumkammern am Rande vergrößern sich dabei stärker, als die im Innern der Schaumflocken, welche eine Oberfläche wie eine Brombeere zeigen.

Die runden Schaumflocken in den Ionenwolken aus feuchter Luft ohne Expansion mit großen Schaumkammern müssen im reflektierten Licht weniger glänzend und in matterem Weiß erscheinen, als in den Ionenwolken aus feuchter Luft mit Expansion, mit kleineren Schaumkammern und dickeren Schaumwänden, wie es in der Tat ein Vergleich der Wilsonschen Photographien auf Pl. 8 und 9 bestätigt.

Mit der Lupe zeigt ein Teil der runden Schaumflocken die Struktur eines Sphärokristalles²⁾ (ohne optische Doppelbrechung). Eine Kernblase ist von einem Kranz runder Blasen und 6, 8 oder mehr radialen Röhren umgeben, die gerade, gekrümmt oder am Kopfende zurückgebogen sind, und wieder einzelne kleinere Schaumflocken enthalten (Textfigur 42 G).

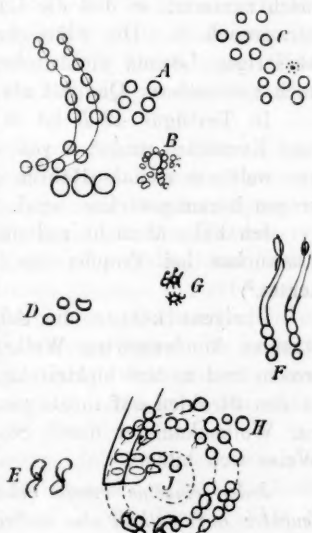


Fig. 42.

Der Aufbau eines Sphärokristalles und die verschiedenen Formen der Schaumwände während seiner Bildung lassen sich gut verfolgen an Tropfen von wässrigeren Kupfervitriollösung in Alkohol. Im Alkohol, welcher der Salzlösung allmählig das

1) G. Quincke, Ann. d. Phys. 11. p. 61, 63, 79, 93. Fig. 143 a. 1903.

2) G. Quincke, Ann. d. Phys. 7. p. 714, 720, 726, 734. Fig. 49 b c; p. 52, 57, 58. 1902.

Wasser entzieht, entstehen aus öltiger Flüssigkeit konzentrische Kugelschalen und radiale Röhren. Die radialen Röhren zerfallen in radial angeordnete kugelförmige Blasen.¹⁾ Vielleicht sind die Kugelschalen in Textfigur 42 *HI* ähnlich entstanden.

In dem kondensierten Wasser scheidet sich also außer einer Flüssigkeit F_1 in den Wänden der kleinen unsichtbaren Schaumkammern II. Art, noch eine andere öltartige Flüssigkeit F_2 von größerer Viskosität in dünnen Schichten aus, und rollt sich zu zylindrischen oder kegelförmigen Röhren zusammen, deren wässriger Inhalt durch Diffusion am Fußende der Röhren rasch zunimmt, so daß die Röhren über die Wasseroberfläche herauswachsen. Die Flüssigkeit F_2 besteht auch aus einer wässrigen Lösung elektrischer Emanationen, aber vielleicht auch von anderer Qualität als die Flüssigkeit F_1 .

In Textfigur 42 *B* ist in einem größeren Sphärökrystall eine Kernblase umgeben von einem Kranze kleinerer Blasen, aus welchem radiale Röhren mit Krümmung und Anschwellungen herausgewachsen sind.

Ich habe ähnliche radiale aufquellende Röhren auch als Auswüchse bei Tropfen von geschmolzenem Schwefel beobachtet.²⁾

Übrigens können die Schaumflocken der von Röntgenstrahlen kondensierten Wolken außer Gasionen auch Elektronen und andere elektrische Emanationen enthalten, welche in den Strahlen auf ihrem ganzen Wege von der Kathode bis zur Wolkenkammer durch Stoß, Belichtung oder auf andere Weise sich bilden.

Jeder einzelne runde Schaumflocken der Ionenwolken aus feuchter Luft enthält also mehrere, vielleicht viele, Gasionen und elektrische Emanationen.

Ob und welche anderen elektrischen Emanationen und Elektronen der Röntgenstrahlen außer den Ionen mitgewirkt haben bei der Bildung der Kondensationskerne, Schaumwände und aufquellenden Schaumflocken der Wasserwolken, bleibt unbestimmt. Vielleicht sind die ersten hygroskopischen Kondensationskerne Fremdstoffe, welche sich im Wasser lösen.

1) G. Quincke, Ann. d. Phys. 9. p. 13. Fig. 70. 1902.

2) G. Quincke, Ann. d. Phys. 26. p. 660. Taf. II, Fig. 239 *f l*. 1908.

Vielleicht Stickstoffverbindungen, welche in der mit Wasserdampf gesättigten Luft durch O_3 und H_2O_2 entstanden sind, unter dem Einfluß des überviolettten Lichtes in den Röntgenstrahlen (vgl. § 61 Ann. d. Phys. 43. p. 438. 1914).

Wenn die Kondensationskerne mit den Ionen identisch sind, so wird nach Wilson¹⁾ jedes einzelne Ion sichtbar bei der Expansion durch die Bildung eines sichtbaren Tropfens, der es umhüllt. Gegen diese Auffassung sprechen Entstehung, Form und Formänderung der Schaumflocken in den von den Röntgenstrahlen kondensierten Wasserwolken.

§ 72. *Wolkenpaare ähnlicher Form.* In der vor der Expansion bestrahlten feuchten Luft liegen wieder Wolkenstreifen ähnlicher Form nebeneinander oder schräg übereinander (Textfigur 42 *ACDEF*), wie in der nach der Expansion bestrahlten Luft (Textfigur 40 *CDEF*).

Nach der Auffassung von Wilson (1912, p. 292) sind bei den Wolken in Textfigur 42 positive und negative Ionen im elektrischen Felde von einander getrennt worden, bevor sie ihre Beweglichkeit durch die Kondensation des Wassers verloren haben. Die vertikalen Kräfte des elektrischen Feldes mußten dann ähnliche Wolkenstreifen übereinander geben, statt nebeneinander oder schräg übereinander. Auch enthalten die einzelnen runden Schaumflocken mehrere Ionen. Es ist nicht festzustellen und sogar unwahrscheinlich, daß in einem Schaumflocken nur positiv oder nur negativ elektrische Ionen enthalten sind.

Zwei solche nebeneinanderliegende Wolkenstreifen sind ähnlich, aber nicht gleich, und einzelne in den Schaumwänden hängende Schaumflocken erscheinen in der Photographie an etwas anderer Stelle in etwas veränderter Gestalt in dem zweiten Wolkenstreifen. Man könnte vermuten, daß zwei elektrische Funken denselben Wolkenstreifen beleuchtet haben, kurze Zeit nacheinander, und daß sich in dieser Zeit der Wolkenstreifen etwas verändert hat. Trotz der Umsicht und Sachkenntnis, mit denen die Versuche angeordnet waren, halte ich diese Erklärung nicht für ausgeschlossen.

Die untere Reihe von drei nebeneinanderliegenden Kugeln

1) C. T. R. Wilson, Phil. Trans. A. 192. p. 412. 1899.

in Textfigur 42 (links neben *B*) scheint ebenfalls durch Aufquellen aus der oberen Reihe entstanden zu sein.

Auch in Textfigur 43 mit positiven und in Textfigur 44 mit negativen Ionenwolken liegen zwei ähnliche Wolken mit aufgequollenen Schaumkammern II. Art nebeneinander.

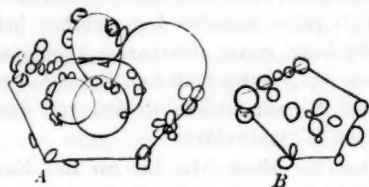


Fig. 43.

In den Photographien der durch Röntgenstrahlen kondensierten Wasserwolken scheint sich öfter ein Kreis in ein Sechseck oder Fünfeck umzuwandeln oder umgekehrt (Textfigur 40 *B*, 43 *B*, 44 *A*). In Textfigur 42 *C* und 44 *C* umgeben sechs Blasen in den Ecken eines Sechsecks eine Kernblase. Es sind Formen, welche in Schäumen beim Zusammenrollen und Platzen oder bei Neubildung von Schaumwänden entstehen.

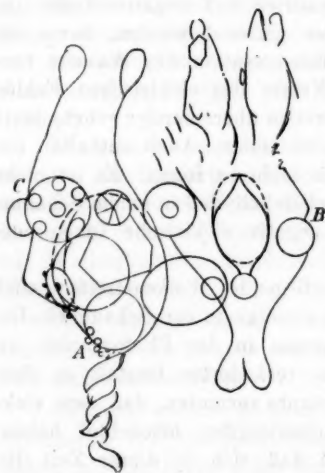


Fig. 44.

§ 73. *Wasserwolken in expandierter feuchter Luft mit Radiumstrahlen.*

Wilson hat ein Radiumkörnchen an einer Drahtspitze in die feuchte Kammer mit einem elektrischen Felde von 40 Volt eingeführt, eine horizontale Luftschicht mit einem Quecksilberfunken beleuchtet und die beleuchteten Wasserwolken photographiert, wenn die α -Strahlen die mit Wasserdampf übersättigte Luft nach der Expansion durchlaufen hatten.

Die Wasserwolken der Radiumstrahlen haben etwas andere Formen und enthalten teilweise mehr Schaumwände I. Art oder ölartige Emanationslösungen größerer Viskosität, als die Wolken der Röntgenstrahlen. Die elektrischen Emanationen

der Röntgenstrahlen und Radiumstrahlen sind also von verschiedener Qualität. Für die Ionen beider Strahlenarten hat

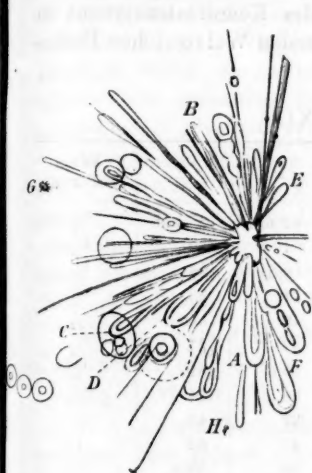


Fig. 45.

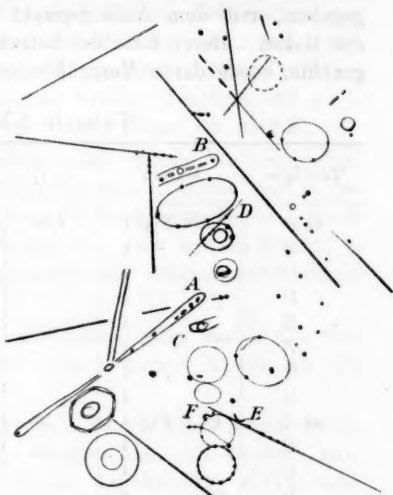


Fig. 46.

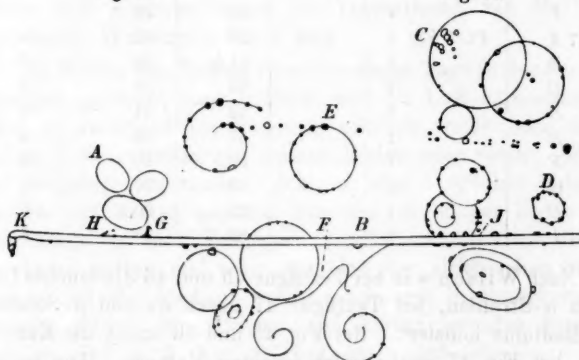


Fig. 47.

auch J. J. Thomson verschiedene elektrische Ladungen e gefunden, welche sich wie 1:2 verhalten (vgl. § 75).

Ich habe wieder in Textfigur 45 bis 47 die Form einzelner Wolkenstreifen und unsichtbarer Schaumwände gezeichnet und

in Tabelle XXXIX für die Punkte $AB \dots$ dieser Figuren die horizontale x und die vertikale y Ordinate in Millimetern angegeben, mit dem Anfangspunkt des Koordinatensystems in der linken unteren Ecke der betreffenden Wilsonschen Photographie, sowie deren Vergrößerung.

Tabelle XXXIX.

Textfigur	Wilson	v_2/v_1	x	y	Vergrößerung
45 A	Pl. 6 Fig. 1	1,36	42 mm	25 mm	$\frac{1}{2}$
B	1		34	60	$\frac{1}{2}$
C	1		18,5	28	$\frac{1}{2}$
D	1		21	23	$\frac{1}{2}$
E	1		48	55,5	$\frac{1}{2}$
F	1		47	27	$\frac{1}{2}$
G	1		10,5	51	$\frac{1}{2}$
H	1		38,5	14	$\frac{1}{2}$
46 A	Pl. 6 Fig. 4	1,36	32	41	1
B	4		42	62	1
C	4		30	35,5	1
D	4		36,5	56	1
E	4		30	23	1
F	4		33	22	1
47 A	Pl. 7 Fig. 1	1,33	24	32	6
B	1		61,5	20	6
C	1		76	53	6
D	1		92	31	6
E	1		57	38	6
F	1		56,5	20	6
G	1		30	20,5	6
H	1		25	20,2	6
I	1		80	23	6

Nach Wilson war bei Textfigur 45 und 46 die feuchte Luft durch α -Strahlen, bei Textfigur 47 durch α - und β -Strahlen des Radiums ionisiert. Bei Fig. 45 und 46 stand die Kamera über, bei Fig. 47 seitlich der feuchten Kammer. Die positiv elektrischen Ionen wanderten nach unten, die negativ elektrischen Ionen nach oben. In Fig. 47 kamen die Strahlen von der rechten Seite.

Die Photographien der α - und β -Strahlen, welche teils vor teils nach der Expansion durch die feuchte Luft gegangen

waren (Wilson Pl. 6, Fig. 1—4; Pl. 7, Fig. 1—4; Textfigur 45, 46, 47), zeigen:

a) Weiße Pünktchen, Doppelpünktchen, Kreisflächen von 0,05 bis 0,5 mm Durchmesser; auch Schaumflocken von 1 mm natürlicher Größe mit aneinanderhängenden Kugeln und radialen spitzen oder rückwärtsgebogenen Armen (Textfigur 45 *G H*); gewundenen Fäden mit spitzen Enden (Textfigur 46 *E F*).

b) Schmale scharfbegrenzte weiße radiale Wolkenstreifen, welche in 10 bis 20 mm Entfernung vom Radiumkörnchen beginnen, von 3 bis 65 mm Länge, 0,2 bis 0,4 mm Breite, gerade oder schwach gekrümmt, mit ein oder zwei spitzen Enden, in denen oft einzelne weiße Schaumflocken nebeneinander liegen (Textfigur 45, 46).

Einzelne scharf begrenzte Wolkenstreifen sind 2 mm vom Ende scharf umgebogen, mit einem kurzen Ansatz an der Biegung (Textfigur 47).

c) Von dem Radiumkörnchen gehen 1 bis 3 mm breite weißliche oder diffuse radiale Streifen aus, mit runden, zum Teil hohlen Köpfen und länglichen Anschwellungen (Textfigur 45 *A B C D E F*), von derselben Form, wie die kolbenartigen Enden und Anschwellungen der Vegetationen von MnCl_2 in verdünnter Wasserglaslösung.¹⁾

d) Wurde das Radiumkörnchen einige Tage in der feuchten Kammer gelassen, dann entfernt und die Luft expandiert, so lagen in verschiedener Richtung schmale weiße oder breite diffuse Wolkenstreifen mit spitzen Enden oder runden Köpfen und eingelagerten runden, eckigen oder länglichen Schaumflocken auf kurzen geraden Strecken in einiger Entfernung vom Ausgangspunkt (Textfigur 46 *A B C*), ähnlich wie die gebrochenen gelben und roten Strahlen der elektrischen Staubfiguren auf Harzkuchen, welche auch erst in ähnlicher Entfernung hinter dem Prisma auf kurzen geraden Strecken sichtbar sind (§ 39. Ann. d. Phys. 43. p. 385—6).

e) Stark gebogene Wolkenstreifen mit einzelnen weißen Schaumflocken periodisch wechselnder Größe und breiten, aus aneinanderhängenden runden Schaumkammern bestehenden

1) G. Quincke, Ann. d. Phys. 7. p. 667. Fig. 33 *g a*. 1902.

runden Köpfen, entstanden durch Ionisation mit α - und β -Strahlen (Wilson Pl. 7, Fig. 2).

f) Hohlkugeln, Kreisbogen, Kreise, Ellipsen, Spiralen, gebildet von unsichtbaren Schaumwänden, in welchen Schaumflocken hängen (Textfigur 45, 46, 47).

Nach Wilson (1912, p. 282) sind die scharfbegrenzten oder die diffusen Wolkenstreifen b) oder c) entstanden, je nachdem die Ionen sich *nach* oder *vor* der Expansion voneinander getrennt haben. In letzterem Falle konnten die Ionen sich durch Diffusion ausbreiten, ehe sie aus übersättigtem Wasserdampf flüssiges Wasser kondensierten. Die Ionen der Radiumstrahlen sollen nur aus übersättigtem Wasserdampf, nach der Expansion der feuchten Luft, flüssiges Wasser kondensieren, weil die diffusen Wolkenstreifen fehlen (Wilson Pl. 6, Fig. 2), wenn die Radiumstrahlen durch eine 2 mm dicke Glasplatte abgefangen und erst im Augenblick der Expansion durch einen Schlitz in der Glasplatte der feuchten Luft zugeführt wurden. Die weißen scharfbegrenzten Wolkenstreifen sind unterbrochen (Textfigur 46) und unsichtbar, wenn die Ionen der Radiumstrahlen auf diffuse Wolkenstreifen treffen, und hier der für die Kondensation notwendige übersättigte Wasserdampf nicht mehr vorhanden ist, wegen des älteren Ionenweges.

Die Ionen der Radiumstrahlen würden hiernach nicht hygroskopisch sein, wie die elektrischen Emanationen und Ionen der Röntgenstrahlen (§ 70). Die Diffusion der Ionen vor der Expansion der Luft genügt aber nur zur Erklärung der größeren Breite und des matten Weiß der diffusen Wolkenstreifen c) und Nebelstreifen d). Die geringere Länge, die runden Köpfe, die Hohlräume und die Anschwellungen der diffusen Wolkenstreifen c) bleiben ebenso unerklärt, wie die Anordnung der weißen Schaumflocken auf Kreisen, Ellipsen und Kreisbogen (Textfigur 45, 46, 47).

Man muß meines Erachtens wieder annehmen, wie bei den Wasserwolken der Röntgenstrahlen (§ 70), daß in das von den Ionen der Radiumstrahlen kondensierte flüssige Wasser mit kleiner Geschwindigkeit die nachfolgenden Ionen und Emanationen mit größerer Geschwindigkeit eindringen, Luft mitreißen, einen langgestreckten Schaumfaden bilden aus flüssigem Wasser, Gasionen und Luft mit aneinanderhängenden oder durch Luft-

lamellen getrennten kleinen Schaumkammern, welche mit Ionen oder Luft gefüllt sind. Die Oberfläche dieses Schaumfadens wird von einer dünnen Haut ölartiger Flüssigkeit F_1 , wässriger Emanationslösung bedeckt, welche um so größere Viskosität hat, je konzentrierter sie ist. Bei großer Konzentration ist diese Haut fest, hindert die Diffusion nach dem Inneren und das Aufquellen des Schaumfadens. Es entsteht ein scharf begrenzter Wolkenstreifen c) oder d).

Haben sich die Ionen vor der Expansion durch Diffusion in der Luft ausgebreitet, ist das kondensierte flüssige Wasser auf einen größeren Raum verteilt, so sind die wässrigen Wände der kleinen Schaumkammern dünner, die Emanationslösung F_2 auf der Außenfläche des Schaumfadens hat geringere Konzentration und geringere Viskosität, es entsteht eine ölartige Haut oder Röhre mit dünnen Wänden, welche sich durch Oberflächenspannung verkürzt und einen runden Kopf, Anschwellungen und Einschnürungen zeigt. Gleichzeitig kann durch diese flüssige Haut und die dünnen Wände der kleinen Schaumkammern Luft schnell nach dem Innern der Schaumkammern diffundieren, in denen der partiäre Druck der Luft kleiner ist. Die Schaumkammern und der ganze Schaumfaden quellen auf, es entstehen die diffusen Wolkenstreifen c) (Textfigur 45 A—E).

Die kleinen Schaumflocken mit spitzen Armen und aneinanderhängenden weißen runden Blasen (Textfigur 45 G H) enthalten Schaumkammern I. und II. Art mit Wänden aus ölartiger Flüssigkeit F_1 und F_2 von großer und kleiner Viskosität. Im Innern der lufthaltigen Schaummassen finden sich also gleichzeitig zwei wässrige Emanationslösungen F_1 und F_2 von verschiedener Konzentration oder von verschiedenartigen Emanationen.

Möglicherweise sind auch die spitzen Enden der scharfbegrenzten Wolkenstreifen in Textfigur 45 und 46 von einer unsichtbaren erstarrten kegelförmigen Schaumwand aus Flüssigkeit F_1 bedeckt.

Daß durch sehr dünne Wände der Schaumkammern die Diffusion und damit die Volumenvermehrung der Schaumkammern und die Quellung der Schaummassen gehemmt wird, sobald die Wände erstarren, ist von mir früher nachgewiesen

worden beim Aufquellen von Leimtannat in Wasser ohne und mit Methylenblau.¹⁾

Die Emanationslösung F_1 hat eine kleinere Oberflächenspannung an der Grenzfläche mit Luft, als reines Wasser und breitet sich unter Verringerung der Oberflächenspannung auf der Oberfläche der von den Ionen frisch kondensierten Wassertropfen und -blasen aus, und befördert deren Vereinigung zu größeren Schaummassen (vgl. § 69).

Die geraden diffusen Nebelstreifen d) haben unbedeutende oder keine Anschwellungen, aber noch runde Köpfe, wenn die Ölhaut F_1 auf der Außenfläche sehr dünn ist (Textfigur 46 A B). Fehlt die Emanationslösung außen, so fehlt sie auch im Innern. Der Nebelstreifen hat verwaschene Enden und in ihm schweben viele Wasserbläschen und -tröpfchen einzeln nebeneinander.

Die schnellbewegten Ionen und Emanationen werden durch die Wirbelbewegungen der Luft in einzelnen Gruppen angehäuft²⁾, welche nach der Kondensation des flüssigen Wassers eine Reihe weißer Schaumflocken bilden, die in den scharfbegrenzten und den diffusen Wolkenstreifen sichtbar werden an den Stellen, wo die Wolke weniger dicht ist (Textfigur 46 D E und A B C).

In den geraden diffusen Nebelstreifen Textfigur 46 B liegen weiße Kugelschalen mit einem weißen Kern. Ich halte sie für aufgequollene Schaumkammern II. Art.

β -Strahlen des Radiums bilden weniger weiße Schaummassen als α -Strahlen. Die Ölhaut an der Oberfläche des langen Schaumfadens bleibt länger flüssig, krümmt sich und wird konkav an den Stellen mit größerer Oberflächenspannung, bildet Anschwellungen und Einschnürungen und zerfällt in einzelne Blasen periodisch wechselnder Größe (Wilson, Pl. 7 Fig. 1—4, Textfigur 47 E). Auf geraden oder gekrümmten Strecken liegen einzelne oder mehrere kleine und kleinste Tröpfchen oder Blasen zwischen größeren Tropfen von 0,2 bis 0,1 mm. Diese gekrümmten Wolkenstreifen der Radiumstrahlen sind sehr ähnlich den gekrümmten Wolkenstreifen der Röntgen-

1) G. Quincke, *Drudes Ann.* 11. p. 60, 87. 1903.

2) G. Quincke, *Verh. Ges. D. Naturf. u. Ärzte. Düsseldorf II*, 1. p. 27. 1898.

strahlen (Wilson, Pl. 8 Fig. 1—3, Pl. 9 Fig. 1—3; Textfigur 40 A).

Aus dem übersättigten Wasserdampf wird am Kopf der Radiumstrahlen oder des scharfbegrenzten Schaumfadens das flüssige Wasser zuerst, also viel reichlicher kondensiert. Hier entsteht also auch Emanationslösung mit kleinster Konzentration und kleinster Viskosität, finden sich mehr Schaumwände II. Art und die von ihnen umhüllten Schaummassen sind stärker gequollen (Wilson, Pl. 7 Fig. 1, 3).

Vor der Erstarrung der Oberfläche haben sich auch im Innern des scharfbegrenzten Wolkenstreifens *JK* Textfigur 47 periodisch dünne Lamellen sehr klebriger Emanationslösung ausgeschieden und zu kegelförmigen Röhren zusammengerollt, den Wänden geschlossener Schaumkammern, welche durch Diffusion gequollen und seitlich aus der Oberfläche herausgewachsen sind (Textfigur 47 *FGHJ*), ähnlich wie die radialen Arme der aufgequollenen Schaumflocken der Röntgenstrahlen (§ 70). Einzelne seitliche Auswüchse haben noch Anschwellungen gebildet.

Auch die scharfbegrenzten Wolkenstreifen der α -Strahlen (Wilson, Pl. 6 Fig. 2, 3) zeigen solche Seitenarme.

Am Kopf *K* des langen Schaumfadens, Textfigur 47, mit Emanationslösung von geringerer Viskosität, bildet die weiße Schaummasse eine gewundene Spirale, ist von einer Lamelle umhüllt, die sich infolge der Oberflächenspannung wie ein Hobelspahn zusammengerollt hat. Daß die Oberfläche des scharfbegrenzten Wolkenstreifens *JK* erstarrt ist, beweist auch die hohle Halbkugel mit dem eingelagerten Schaumflocken (Textfigur 47 *B*), welche die Oberfläche des Wolkenstreifens unter einem rechten Winkel trifft.

In Textfigur 47 liegen weiße Schaumflocken nebeneinander auf Spiralen, Kreisen, Ellipsen; auch auf drei Ellipsen in Form eines Kleeblattes (Textfigur 47 *A*), als ob sie in unsichtbaren Schaumwänden I. und II. Art hingen. Ganz ähnliche Gebilde habe ich an Ölschäumen¹⁾ und Niederschlagmembranen von Leimtannat²⁾ in Wasser beobachtet.

1) G. Quincke, Wied. Ann. 53. p. 593. Taf. VIII, Fig. 2, 14—16, 20. 1894.

2) G. Quincke, Drudes Ann. 11. p. 72, 75, 76, 81. Fig. 136, 138, 139, 146, 148. 1903.

Wieviele Ionen, Elektronen oder andere Emanationen die einzelnen weißen Pünktchen, Doppelpünktchen, kleinen und großen Kreisflächen oder Schaumflocken in dem aus Schaum von Wasser und Luft bestehenden Wolkenstreifen der Wilsonschen Photographien Pl. 6 u. 7 (Textfigur 45, 46, 47) enthalten, ist nicht festzustellen, bleibt unbestimmt. Mit Rücksicht auf die ölartigen Emanationslösungen in diesen Schaummassen kann man nur sagen — *sehr viele*.

§ 74. *Elektrische Staubfiguren*. Die Ähnlichkeit der durch Röntgenstrahlen kondensierten Wasserwolken mit den + und – Staubfiguren auf Harzkuchen usw. in gewöhnlicher Luft macht es wahrscheinlich¹⁾, daß diese Staubfiguren zum Teil aus Schaumflocken einer Lösung der elektrischen Emanationen des Radiators in flüssigem, aus der Luft kondensierten, Wasser bestehen, welche von der Harzoberfläche angezogen und festgehalten werden.

§ 75. *Elektrische Ladung der Ionen*.

Ist n die Anzahl der Ionen in der Volumeneinheit Gas, e die elektrische Ladung, v die Geschwindigkeit eines Ions unter der angewandten elektromotorischen Kraft, so ist die durch Messungen bekannte Gesamtstromstärke $i = nev$. Von diesen drei Größen kann v aus den Versuchen von Rutherford²⁾ berechnet werden. J. J. Thomson³⁾ hat zur Bestimmung von n die von C. T. R. Wilson 1897 gefundene Tatsache benutzt, daß die Ionen bei plötzlicher Ausdehnung der mit Feuchtigkeit gesättigten Luft wie Kondensationskerne auf den Wasserdampf wirken, unter der fundamentalen Annahme, daß jedes Ion den Kern für ein Wassertröpfchen bildet. In die feuchte Luft der Walkammer wurden durch eine Aluminiumplatte von 0,3 mm Dicke Röntgenstrahlen oder Radiumstrahlen geeigneter Intensität geleitet und die Luft mit passender Volumenvermehrung plötzlich expandiert.

Die Anzahl n der Wassertröpfchen in der Volumeneinheit wurde berechnet aus der Menge kondensierten Wassers und der mittleren Größe eines Wassertröpfchens. Die Tröpfchen-

1) G. Quincke, Verh. d. D. Phys. Ges. 15. p. 100. 1913.

2) E. Rutherford, Phil. Mag. (5) 44. p. 422. 1897.

3) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 46. p. 530. 1898; (6) 5. p. 530. 1903.

größe aus der Geschwindigkeit v , mit welcher die von vielen Tröpfchen gebildete Nebelwolke in der klebrigen Luft fiel, mittels der Gleichung

$$(1) \quad v = \frac{2}{9} \frac{g a^2}{\mu},$$

wo g die Schwerkraft, a der Tröpfchenradius und μ den Viskositätskoeffizienten der Luft bedeuten.

J. J. Thomson findet

$$a = 3,39 \times 10^4 \text{ cm}$$

$e = 3,4 \times 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten mit Radiumstrahlen,

$e = 6,5 \times 10^{-10}$ „ „ mit Röntgenstrahlen.

Hatten sich wirklich die großen lufthaltigen Schaumflocken der Wilsonschen Photographien mit Schaumkammern I. Art zu der Zeit in welcher die Fallgeschwindigkeit der Nebelwolke gemessen wurde, in eine Menge kleinster massiver Wasserkugeln verwandelt, deren jede ein positives oder ein negatives Ion enthielt?

Sind die Nebeltröpfchen hohl oder luftfrei?

In starken elektrischen Feldern verlängern sich kleine Luftblasen in einer isolierenden Flüssigkeit in der Richtung der elektrischen Kraftlinien, verkürzen sich senkrecht zu den elektrischen Kraftlinien und werden ebenso wie die von der Flüssigkeit absorbierte Luft nach den Stellen kleinster elektrischer Kraft hingetrieben.¹⁾ Aber die schwachen Feldstärken der Wolkenkammer vermögen nicht die aus dem kondensierten Wasser entstandenen Schaumflocken luftfrei zu machen.

Bei den mit Radiumstrahlen erzeugten Wasserwolken findet J. J. Thomson die Fallzeit des oberen Wolkenrandes für den ersten Zentimeter kleiner, als für den zweiten Zentimeter Fallhöhe; nach seiner Ansicht infolge der Verminderung der Tropfengröße durch Verdampfung.

Ich würde meinen infolge des Aufquellens der lufthaltigen Schaumflocken durch Diffusion, indem die von den Schaumwänden absorbierte Luft nach den Stellen mit kleinerem partiären Druck gewandert ist (vgl. § 71).

1) G. Quincke, Wied. Ann. 19. p. 746. 1883; 59. p. 474. 1896.

Da Luftblasen in Wasser von einem elektrischen Strom zur Anode fortgeführt werden¹⁾, so wird an der Grenzfläche von Wasser und Luft durch die elektromotorische Kraft der Kontaktelektrizität — welche auch J. J. Thomson²⁾ annimmt — das Wasser positiv, die Luft negativ elektrisch sein, sehr bald, nachdem sich das Wasser kondensiert hat. Positive Elektronen werden sich im Wasser, negative Elektronen in der Luft nahe der Tröpfchenoberfläche ansammeln und die Fallgeschwindigkeit der Tröpfchen und Schaumflocken ebenfalls verkleinern. Die Wirkung ist dieselbe, als ob die Viskosität der Luft sich vermehrt hätte.

Störungen der vertikalen Bahnen der Nebeltröpfchen. Bei Umwandlung der Schaumwände I. Art in solche II. Art können aus den großen lufthaltigen Schaumflocken nur kleinere lufthaltige Schaumflocken und Blasen entstehen; durch Platzen einzelner Schaumwände einzelne massive Tröpfchen. Diese kleineren Schaumflocken, Blasen und Tropfen fallen aber auch nicht in vertikalen Bahnen mit konstanter Geschwindigkeit, wegen der Flüssigkeitswirbel und der Belichtung, wie ich früher gezeigt habe.³⁾

Sägespäähne, Staubteilchen oder Luftblasen, welche in Wasser nebeneinander zu Boden fallen oder aufsteigen, sammeln sich auf Kreisbogen oder Kugelflächen, welche durch Räume klarer Flüssigkeit getrennt sind, und um so kleineren Durchmesser haben, je kleiner die in Wasser schwebenden Teilchen sind. Ich habe diese Anordnung durch Wirbelbewegungen des Wassers erklärt.⁴⁾

Regentropfen auf Kreisbogen. Bei windstillem Wetter fallen zuweilen aus dunklen Wolken einzelne Regentropfen nebeneinander herab, welche auf trockenen Steinplatten des Straßenpflasters in einzelnen flachen Tropfen von 7 bis 8 mm Durchmesser liegen bleiben. Dabei liegen diese flachen Tropfen auf

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 113. p. 574. 1861.

2) W. B. Hardy, Proc. Roy. Soc. 66. p. 124. 1900.

3) G. Quincke, Verh. Naturhist. Med.-Ver. Heidelberg (N. F.) 4. p. 468. 1890; 5. p. 226. 1894; Wied. Ann. 52. p. 607. 1894; Rep. Brit. Assoc. p. 60. Glasgow 1901; Ann. d. Phys. 7. p. 57. 1902.

4) G. Quincke, Verh. Ges. D. Naturf. u. Ärzte. Düsseldorf II, 1. p. 28. 1898.

Kreisbogen von 7 bis 8 cm Durchmesser, vier bis acht Tropfen auf demselben Kreisbogen in nahezu gleichem Abstand voneinander. Möglicherweise rührt auch diese Anordnung der Regentropfen auf Kreisbogen von Wirbelbewegungen der Luft her.

Ähnlich wie die großen Regentropfen können sich auch die kleinen Nebeltröpfchen von 0,007 mm Durchmesser in der Wolkenkammer mit ionisierter Luft gruppieren.

Nach Vergleich mit den eben aufgeführten Erscheinungen halte ich es für sehr unwahrscheinlich, daß die lufthaltigen Schaumflocken der Ionenwolken der Wilsonschen Photographien in viele einzelne Wasserkugeln gleicher Größe zerfallen und eine Nebelwolke bilden; daß man berechtigt ist den Radius der Kugeln aus der Fallgeschwindigkeit der Nebelwolke mit Gleichung (1) zu berechnen und anzunehmen, daß jede einzelne Wasserkugel ein positives oder negatives Ion enthält.

Hiergegen ist freilich einzuwenden, daß verschiedene Messungen, teilweise sogar mit veränderten Methoden, für e ähnliche Werte oder doch Werte gleicher Größenordnung ergeben haben, und daß e für Röntgenstrahlen nahezu doppelt so groß gefunden wird, wie für Radiumstrahlen.

Die Bedenken gegen die Messungen von a , n , e werden, wenn nicht ganz gehoben, so doch gemindert, wenn zwischen den großen elektrischen Schaumkammern I. Art in den Wilsonschen Photographien und den kleinen Tröpfchen oder elektrischen Schaumkammern II. Art in den sinkenden Nebelwolken unterschieden wird.

Das durch Expansion der feuchten Luft kondensierte Wasser kann zu einem kleinen Teile in den Wasserwolken der Wilsonschen Photographien enthalten sein. Der andere größere Teil kann sich auf den positiven und negativen Ionen kondensiert haben zu Tröpfchen, welche für die photographische Platte unsichtbar waren und doch in ungeheurer Anzahl dem bloßen Auge als Nebelwolke sichtbar wurden. Durch das violette Licht der Quecksilberfunken, welche beim Photographieren die Wolkenkammer beleuchteten, mögen auch hygroskopische Kondensationskerne (etwa H_2O_2) in größerer Anzahl und mehr Schaumkammern aus kondensiertem Wasser entstanden sein, als bei dem Lichte,

welches bei der Messung der Fallgeschwindigkeit benutzt wurde und welches arm an chemisch wirksamen Strahlen war.

Die kleinen Nebeltröpfchen, in welchen bei dieser Annahme der größere Teil des durch die Expansion kondensierten Wassers enthalten ist, würden hinter den schneller sinkenden großen Schaumflocken zurückbleiben, aber durch Luftwirbel und Belichtung Störungen ihrer Bahn und Geschwindigkeit erleiden. Dadurch würde die Berechnung der Tröpfchengröße mit Gleichung (1) und der Anzahl Tröpfchen in der Volumeneinheit Luft, also auch des Wertes der elektrischen Ladung e eines Ions unsicher bleiben.

Der Beweis, daß diese kleinen Nebeltröpfchen luftfrei sind und jeder nur *ein* positives oder negatives Ion enthalten, fehlt aber auch bei dieser Annahme.

§ 76. Zusammenfassung.

1. Die Wolken, welche in mit Wasserdampf gesättigter expandierter Luft in einem elektrischen Felde bei Einleiten von Radium- oder Röntgenstrahlen entstehen und von C. T. R. Wilson bei momentaner Beleuchtung mit Quecksilberfunken photographiert worden sind, zeigen dieselben Formen wie Metallsalzvegetationen oder wie die positiv und negativ elektrischen Staubfiguren auf Harzkuchen.

2. Die positiven und negativen Gasionen und andere elektrische Emanationen der Radium- oder Röntgenstrahlen sind hygroskopisch, kondensieren aus der feuchten Luft, auch ohne Expansion, flüssiges Wasser, in welches nachfolgende Gasionen und mitgerissene Luft eindringen, ionenhaltige Luftbläschen und kleine mit ähnlicher Luft gefüllte aneinanderhängende Schaumkammern bilden, mit Wänden aus flüssigem Wasser, lufthaltige langgestreckte Schaummassen.

3. Gasionen und andere elektrische Emanationen lösen sich in flüssigem Wasser zu ölartigen Flüssigkeiten F_1 und F_2 mit großer oder kleiner Viskosität, welche Schaumwände I. und II. Art in dem kondensierten Wasser bilden.

Viskosität und Oberflächenspannung dieser Emanationslösungen hängen von Konzentration und Qualität der gelösten Emanationen ab. Mit steigender Konzentration nimmt die Viskosität der Emanationslösung zu, die Oberflächenspannung ab.

4. Dünne unsichtbare Schichten dieser elektrischen Emanationslösungen überziehen die langgestreckten Wolkenstreifen und die Wände der kleinen luftgefüllten Schaumkammern.

5. Die Emanationslösung an der Oberfläche der Wolkenstreifen ist die dünne unsichtbare Wand einer mit lufthaltigen Schaummassen gefüllten Röhre, welche unter dem Einfluß der Oberflächenspannung sich krümmt, je nach dem kleineren oder größeren Wassergehalt spitze oder runde Köpfe, Anschwellungen und Einschnürungen bildet, und dann weiter in eine Reihe Schaumflocken oder runder Blasen periodisch wechselnder Größe zerfällt.

6. Im Innern der Schaumflocken und Blasen bilden dünne unsichtbare Schichten öltartiger Emanationslösungen F_1 oder F_2 , zylinderische oder kugelförmige Schaumwände I. oder II. Art, welche unter verschiedenen Winkeln zusammentreffen, verschiedene Viskosität und verschiedene Oberflächenspannung haben, offene oder geschlossene aneinanderhängende Schaumkammern umhüllen.

Form und Lage der unsichtbaren Schaumwände sind aus den eingelagerten Schaumflocken zu erkennen.

7. Unter dem Einfluß der Oberflächenspannung bilden die kleinen luftgefüllten, aneinanderhängenden Schaumkammern mit kugelförmigen Wänden aus Flüssigkeit F_2 von kleiner Viskosität runde Schaumflocken mit einer Oberfläche wie eine Brombeere.

8. Andere Schaumflocken der Röntgenstrahlen haben die Struktur von Sphärokristallen mit Schaumwänden I. Art aus öltartiger Emanationslösung F_1 von großer Viskosität, welche konzentrische Kugelschalen und radiale Röhren mit geraden und zurückgebogenen Enden und runden Köpfen bildet. In den Kugelschalen oder im Innern der radialen Röhren liegen einzelne runde Schaumflocken.

9. Durch die Wände der mit Luft und Gasen oder mit Wasser und elektrischen Emanationen gefüllten Schaumkammern diffundieren Luft, Gasen, Wasser und elektrische Emanationen. Die Luft nach den Stellen mit kleinerem Partiardruck. Die kleinen Schaumkammern vergrößern ihr Volumen; die langgestreckten Röhren mit Anschwellungen und runden Köpfen, die runden Schaumflocken und die Sphärokristalle quellen auf;

um so schneller, je dünner die Schaumwände sind, je weniger Wasser sich kondensiert hat.

Die aufgequollenen Röhren, runden Schaumflocken und Sphärokristalle sind daher bei elektrischer Bestrahlung vor der Expansion der feuchten Luft mit wenig kondensiertem Wasser größer, als bei elektrischer Bestrahlung nach Expansion der feuchten Luft mit mehr kondensiertem Wasser.

Die radialen Röhren der Sphärokristalle quellen durch Diffusion am Fuße der Röhren, wachsen über die äußere Kugel-
fläche heraus und krümmen sich infolge der Oberflächenspannung.

10. Die Photographien der Wasserwolken mit Röntgenstrahlen zeigen Wolkenpaare von sehr ähnlicher und doch etwas verschiedener Form, als ob dieselbe Wolke in zwei verschiedenen Lagen von zwei aufeinanderfolgenden Quecksilberfunken beleuchtet worden wäre.

11. Die α -Strahlen des Radiums bilden kleine, runde Schaumflocken und gerade, schmale Wolkenstreifen mit spitzen Enden, mit weißen Schaummassen oder Reihen runder Schaumflocken im Innern. Daneben diffuse Wolkenstreifen mit Anschwellungen, Einschnürungen und runden Köpfen.

Die Oberfläche eines weißen, langen Wolkenstreifens von α - und β -Strahlen zeigt ähnliche röhrenförmige Auswüchse mit rundem Kopf wie die Sphärokristalle der Röntgenstrahlen und am Kopf eine gewundene Spirale.

12. Die Wasserwolken der Radiumstrahlen haben etwas andere Formen, enthalten zum Teil mehr Schaumwände I. Art oder elektrische Emanationslösungen größerer Viskosität, als die der Röntgenstrahlen.

Die elektrischen Emanationen der Radium- und Röntgenstrahlen sind also von verschiedener Qualität.

13. Jeder einzelne runde oder anders gestaltete Schaumflocken der Ionenwolken aus feuchter Luft, mit Röntgen- oder Radiumstrahlen erzeugt, enthält mehrere, vielleicht viele, Gasionen und elektrische Emanationen.

14. Unrichtig und nicht in Übereinstimmung mit den Formen und Formänderungen der Ionenwolken ist die Annahme, daß die ganze in der expandierten Luft kondensierte Wassermenge bei Durchstrahlung mit Röntgenstrahlen in den

Nebelwolken der ionisierten Luft enthalten ist, und daß diese Nebelwolken aus massiven Wassertröpfchen gleicher Größe bestehen, welche in jedem Tröpfchen ein positives oder negatives Ion enthalten.

15. Die Tröpfchen fallen nicht mit konstanter Geschwindigkeit auf vertikalen Bahnen, welche durch Luftwirbel und vielleicht auch durch Belichtung gestört werden. Man ist nicht berechtigt, aus der Geschwindigkeit, mit welcher die Nebelwolke sinkt, die Größe der Tröpfchen und deren Anzahl zu berechnen. Dadurch werden auch die Messungen von J. J. Thomson der elektrischen Ladung eines Ions fehlerhaft.

Heidelberg, den 18. März 1914.

(Eingegangen 25. März 1914.)

3. *Polarisation* *der Lichtemission der Kanalstrahlen*¹⁾; von J. Stark und H. Lunelund.

Inhalt: 1. Aufgabe und Methoden. 2. Fehlen der Polarisation bei den Bandenlinien in der negativen Glimmschicht und in den Kanalstrahlen und bei den Serienlinien in den Kanalstrahlen. 3. Polarisation der bewegten Serienlinien in den Kanalstrahlen, erste Versuchsreihe. 4. Polarisation der bewegten Serienlinien in den Kanalstrahlen, zweite Versuchsreihe. 5. Resultate und ihre Deutung.

1. Aufgabe und Methoden.

Es ist bereits durch qualitative Beobachtungen²⁾ festgestellt worden, daß die Lichtemission der Wasserstoff-Kanalstrahlen teilweise polarisiert ist, daß nämlich in einer Sehachse senkrecht zur Kanalstrahlenachse die Lichtschwingungen (J_p) parallel der Achse der Kanalstrahlen etwas intensiver sind als die Schwingungen (J_s) senkrecht dazu. Diese Beobachtungen wurden an der Gesamtemission der Kanalstrahlen in reinem Wasserstoff angestellt; diese besteht zwar zum größten Teil aus der bewegten Intensität der H -Serienlinien, indes ist in ihr doch auch ruhende Intensität der Serienlinien und außerdem Intensität der Bandenlinien in merklichem Betrage enthalten. Es blieb somit die Aufgabe übrig, die Serien- und Bandenlinien getrennt auf Polarisation in den Kanalstrahlen zu untersuchen; weiter mußte die qualitative Feststellung des Vorhandenseins einer teilweisen Polarisation durch die quantitative Ermittlung des Verhältnisses J_p/J_s ergänzt oder wenigstens eine untere Grenze dieses Verhältnisses bestimmt werden. Zur Lösung dieser Aufgabe bedienten wir uns folgender Methode.

1) Aus den Sitzungsberichten der K. Bay. Akad. d. Wissenschaften (4. Juli 1914).

2) J. Stark, Verh. d. D. Phys. Ges. 8. p. 104. 1908; J. Stark u. H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. 43. p. 1002. 1914.

Die Achse des Spaltrohres eines Spektrographen wird senkrecht zur Achse eines Kanalstrahlenbündels so aufgestellt, daß sie diese 2—3 cm hinter der Kathode schneidet, durch deren Löcher die Kanalstrahlen austreten. Mittels eines Objekts und einer Wollastonplatte werden von dem Kanalstrahlenbündel zwei senkrecht zueinander polarisierte Bilder so auf den Spektrographenspalt entworfen, daß die Schwingungen in dem einen Bild parallel, diejenigen in dem anderen senkrecht zu den Kanalstrahlen erfolgen. Man erhält somit auf der photographischen Platte von einer jeden Linie, welche die Kanalstrahlen emittieren, übereinander zwei Bilder, ein p - und ein s -Bild. Aus deren Schwärzungen S_p und S_s dieser Bilder läßt sich zunächst ihr Intensitätsverhältnis $(J_p/J_s)_0$ auf der photographischen Platte in folgender Weise ermitteln.

Bei gleicher Belichtungsdauer gilt innerhalb des Gebietes der Normalschwärzung die Beziehung¹⁾

$$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_0 = e^{\frac{S_p - S_s}{m}}.$$

Ermittelt man also m , so läßt sich das auf der Platte erscheinende („scheinbare“) Intensitätsverhältnis $(J_p/J_s)_0$ berechnen. Nun ist indes das scheinbare Intensitätsverhältnis im allgemeinen nicht gleich dem „wirklichen“ Intensitätsverhältnis $(J_p/J_s)_w$ der p - und s -Schwingungen, welche von der untersuchten Lichtquelle, in unserem Falle von den Kanalstrahlen, emittiert werden. Selbst wenn nämlich $(J_p/J_s)_w = 1$ ist, wird das scheinbare Intensitätsverhältnis im allgemeinen von 1 verschieden sein, indem $(J_p/J_s)_w$ durch die Optik der Beobachtung, sei es durch die Brechung an der Glaswand der Kanalstrahlenröhre, an der Wollastonplatte, an den Objektiven, an den verwendeten Prismen, durch Polarisation am Spalt oder am verwendeten Gitter größer oder kleiner als $(J_p/J_s)_w$ gemacht wird. Dieses „optische“ Intensitätsverhältnis $(J_p/J_s)_0$ wird gleich dem scheinbaren Verhältnis $(J_p/J_s)_0$, wenn die Lichtquelle oder die zu untersuchende Spektrallinie so gewählt wird, daß $(J_p/J_s)_w = 1$ ist. Hat man so für eine optische Anordnung einmal die Konstante $(J_p/J_s)_0$ bestimmt, so kann

1) Vgl. J. Stark, Ann. d. Phys. 35. p. 461. 1911.

man aus dem scheinbaren Verhältnis das wahre Verhältnis für eine andere Emission berechnen, deren Polarisation untersucht werden soll. Es ist nämlich, wie leicht zu sehen ist,

$$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_w = \left(\frac{J_p}{J_s}\right)_s \bigg/ \left(\frac{J_p}{J_s}\right)_0.$$

Es sei $(S_p - S_s)_s$ bzw. $(S_p - S_s)_0$ die Schwärzungsdifferenz der Bilder, welche das scheinbare bzw. das optische Intensitätsverhältnis liefern. Es ist dann

$$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_w = e^{\frac{(S_p - S_s)_s - (S_p - S_s)_0}{m}}.$$

Die strenge Voraussetzung der vorstehenden Methode ist, daß das Licht, welches $(S_p - S_s)_0$ liefert, genau denselben optischen Weg zurücklegt wie das zu untersuchende Licht, welches die Differenz $(S_p - S_s)_s$ ergibt. Dieser Voraussetzung wurde in der vorliegenden Untersuchung dadurch genügt, daß bei unveränderter Optik an dem Ort in der Röhre, woher die untersuchte Lichtemission der Kanalstrahlen kam, nach oder vor deren Untersuchung die negative Glimmschicht des Glimmstromes hergestellt wurde. In ihr wird die Emission der Bandenlinien überwiegend durch die nach allen Richtungen laufenden zerstreuten oder sekundären Kathodenstrahlen erzeugt; wie darum zu erwarten ist und die qualitative Untersuchung bestätigt, ist in ihr die Lichtemission der Banden- und der Serienlinien unpolarisiert.

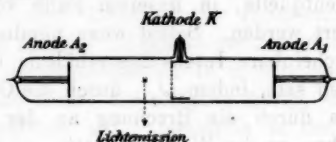


Fig. 1.

Demgemäß haben wir der von uns verwendeten Kanalstrahlenröhre die aus Fig. 1 ersichtliche Form gegeben. Einer Kathode K in der Röhrenmitte ist an jedem Röhrenende je eine Anode A_1 und A_2 gegenübergestellt. 2–3 cm auf der Rückseite von K befindet sich der Ort der spektrographisch untersuchten Lichtemission. Wurde A_1 als Anode des Glimmstromes benutzt, so trat an diesem Ort die Lichtemission der Kanalstrahlen auf; wurde dagegen A_2 als Anode benutzt, so

trat an ihre Stelle die Lichtemission der negativen Glimmschicht (Kathodenstrahlen) bei ziemlich hohem Gasdruck. Um nur Lichtemission in der Nähe der Röhrenachse zu untersuchen, ferner um die p - und s -Bilder auf dem Spalt und auf der photographischen Platte zu trennen, schoben wir über den Teil A_2-K der Röhre einen Zylinder aus Aluminiumblech, in welchem ein 2 mm weiter Schlitz als Austrittsöffnung für die Lichtemission angebracht war.

Nachdem somit die Grundzüge der von uns verwendeten Methode angegeben sind, seien noch folgende Einzelheiten erwähnt.

Der Glimmstrom in der Kanalstrahlenröhre wurde mit Gleichspannung aus einer Dynamo und einer Batterie hergestellt. Der die Kanalstrahlen erzeugende Kathodenfall wurde an einem Elektrometer ständig kontrolliert und bis auf 10 Proz. konstant gehalten. Vor den spektrographischen Aufnahmen wurde die Röhre durch Strombetrieb unter Wasserstoffspülung gereinigt; während der Aufnahmen wurde darauf geachtet, daß die Wasserstofffüllung rein blieb, daß also die Kanalstrahlen die ihnen eigentümliche rote Farbe beibehielten. Reinheit der Wasserstofffüllung ist, wie weiter unten begründet ist, eine wichtige Voraussetzung für das positive Resultat der vorliegenden Untersuchungen.

Der Intensitätsexponent m wurde nach einer an früherer Stelle¹⁾ beschriebenen Methode in folgender Weise bestimmt. Es wurde ein Stück einer photographischen Platte ausgewählt, auf dem die eine Hälfte intensiver geschwärzt war als die andere; zwei anfänglich gleich intensive Lichtbündel nahmen somit beim Durchgang durch die zwei Hälften oder Felder dieser Platte („Doppelfeld“) ein von 1 verschiedenes Intensitätsverhältnis an. Dieses Verhältnis bestimmten wir für das von uns verwendete Doppelfeld zu 1,48. Ein solches Doppelfeld wurde auf dem Spektrographenspalt zum Zweck der Bestimmung des Exponenten m befestigt, so daß jede Spalthälfte von je einem Feld bedeckt war, also auf der photographischen Platte die Hälften der Spektrallinien von Seite einer dem Spalt

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 35. p. 461. 1911.

entlang gleich intensiven Lichtquelle eine Schwärzungsdifferenz $S_1 - S_2$ zeigten. Es konnte dann m aus der Formel

$$1,48 = e^{\frac{S_1 - S_2}{m}}$$

berechnet werden.

In dieser Weise wurde für eine jede Platte, von welcher das Verhältnis $(J_p/J_s)_w$ für die Kanalstrahlen abgenommen werden sollte, der Exponent m bestimmt. Es wurde also auf eine und dieselbe Platte mindestens eine Aufnahme von der Lichtemission der Kanalstrahlen gemacht, eine Aufnahme von der Emission der negativen Glimmschicht durch den Schlitz in dem abdeckenden Blechzylinder und mindestens eine Aufnahme von der negativen Glimmschicht ohne diesen abdeckenden Zylinder oder auch eine Aufnahme von einer H -Geißleröhre durch das Doppelfeld auf dem Spalt. In einer ersten Versuchsreihe wurden die Intensitäten so ausprobiert, daß die drei Aufnahmen bei gleicher Belichtungsdauer nicht bloß normal, sondern angenähert gleich geschwärzte Spektrallinien für den Vergleich lieferten. Unter dieser Voraussetzung ist nämlich die vorstehende photometrische Methode genau. Nachdem wir in dieser Versuchsreihe außer jeden Zweifel gesetzt hatten, daß $(J_p/J_s)_w$ für die Kanalstrahlen größer als 1 ist, haben wir in einer zweiten Versuchsreihe, welche in erster Linie dem Vergleich von H_α und H_β galt, auch solchen Aufnahmen auf einer Platte, deren Belichtungszeiten verschieden waren, den gleichen Intensitätsexponenten m zugewiesen. Der damit gemachte Fehler blieb aber sehr klein, da ja m innerhalb des Gebietes der Normalschwärzung sich noch nicht merklich ändert, wenn die Intensität im Verhältnis 1:20 sich ändert.

Die erste Versuchsreihe wurde mit Agfa-Platten (Extra rapid) durchgeführt. Da m von Platte zu Platte derselben Emulsion und auch für die Linien H_β und H_γ nicht merklich innerhalb der Versuchsfehler verschieden war, so haben wir den Mittelwert von m als allen Bestimmungen gebildet und mit ihm die Intensitätsverhältnisse $(J_p/J_s)_w$ berechnet. Dieser Mittelwert m betrug 0,64.

Die zweite Versuchsreihe haben wir mit der rotempfindlichen Platte von Wratten & Wainright (Spektralplatte)

durchgeführt. Auch bei ihr ergaben sich nur wenig verschiedene Werte des Exponenten m für H_α , H_β und H_γ ; wir haben darum ebenfalls den Mittelwert $m = 0,67$ für die drei Linien benutzt.

Die erste und die zweite Versuchsreihe wurde mit einem Einprismenspektrographen mit Objektiven von 30 cm Brennweite durchgeführt, die erste Reihe außerdem gleichzeitig mit einem Plangitterspektrographen, dessen Objektive 60 bzw. 50 cm Brennweite haben. Die Spaltrohre der zwei Spektrographen waren hierbei coaxial und einander zugewandt. Die Resultate mit den zwei Spektrographen sollten nämlich einander kontrollieren; bei dem einen war das optische Verhältnis $(J_p/J_s)_0$ größer, bei dem anderen kleiner als 1. In der zweiten Versuchsreihe wurden die Bedingungen so gewählt, daß $(J_p/J_s)_0$ nur sehr wenig von 1 verschieden war.

2. Fehlen der Polarisation bei den Bandenlinien in der negativen Glimmschicht und in den Kanalstrahlen und bei den Serienlinien in der negativen Glimmschicht.

Das Fehlen der Polarisation der Bandenlinien in der negativen Glimmschicht erklärt sich ohne weiteres aus der ungeordneten Verteilung der Geschwindigkeiten der zerstreuten oder sekundären Kathodenstrahlen, welche die Emission in der negativen Glimmschicht veranlassen. Dagegen erschien es nicht als ausgeschlossen, daß die geordnet verlaufenden Kanalstrahlen eine teilweise Polarisation der Bandenlinien bewirken, welche sie an ruhenden Gasmolekülen zur Emission bringen. Um diesen Punkt zu prüfen, haben wir nach der oben angegebenen Methode das H -Bandenspektrum von Seite der negativen Glimmschicht und von Seite der Kanalstrahlen auf dieselbe Platte aufgenommen. In Tab. I sind für mehrere Bandenlinien die Schwärzungen der p - und s -Bilder in den zwei Aufnahmen zusammengestellt. Wie aus ihr hervorgeht, ist die Schwärzungsdifferenz $S_p - S_s$ der Bandenlinien aus den Kanalstrahlen dieselbe wie derjenigen aus der negativen Glimmschicht. Das Verhältnis $(J_p/J_s)_s$ hat also hier denselben Wert wie dort und, da $(J_p/J_s)_w$ für die negative Glimmschicht den Wert 1 hat, so hat dieses wirkliche Intensitätsverhältnis der

p - und s -Schwingungen der Bandenlinien in den Kanalstrahlen ebenfalls den Wert 1; die Emission der H -Bandenlinien in den Kanalstrahlen ist also unpolarisiert.

Tabelle I.

Lichtquelle	Wellenlänge	S_s	S_p	$S_s - S_p$	Mittelwert
Negative Glimmschicht	4723 Å	1,23	1,19	0,04	0,03
	4634	2,22	2,18	0,04	
	4583	1,73	1,70	0,03	
	4499	1,23	1,20	0,03	
	4177	1,59	1,57	0,02	
Kanalstrahlen 3300 Volt	4634	1,97	1,94	0,03	0,03
	4583	1,63	1,57	0,06	
	4177	1,34	1,34	0,00	

Gemäß der ungeordneten Verteilung der Kathodenstrahl-Geschwindigkeiten in der negativen Glimmschicht ist von vornherein zu erwarten, daß in dieser Strompartie die Emission der Serienlinien ebenso unpolarisiert ist wie diejenige der Bandenlinien. Immerhin hielten wir es für notwendig, auch diesen Punkt experimentell zu prüfen. Zu diesem Zweck nahmen wir auf eine und dieselbe Platte die Lichtemission der negativen Glimmschicht für verschiedene Belichtungszeiten auf, um für den Vergleich angenähert gleiche normale Schwärzungen von Banden- und Serienlinien zu erhalten. In Tab. II sind Schwärzungen für mehrere Linien zusammen-

Tabelle II.

Linienart	Wellenlänge	Belichtungszeit in Min.	S_s	S_p	$S_s - S_p$	Mittelwert
Serienlinien	H_β 4861 Å	15	1,88	1,85	0,03	0,025
	H_γ 4341		1,56	1,54	0,02	
Bandenlinien	4634	15	1,95	1,91	0,04	0,038
	4177		1,18	1,14	0,04	
	4723	30	1,68	1,66	0,02	
	4583		1,78	1,73	0,05	
	4182		1,74	1,70	0,04	

gestellt. Wie aus ihr zu ersehen ist, ist die Schwärzungsdifferenz der *p*- und *s*-Bilder innerhalb der Versuchsfehler für die Serienlinien dieselbe wie für die Bandenlinien. Da diese unpolarisiert sind, so ist somit auch die Lichtemission der Serienlinien in der negativen Glimmschicht unpolarisiert.

3. Polarisation der bewegten Serienlinien in den Kanalstrahlen, erste Versuchsreihe.

Bekanntlich kommt in den Kanalstrahlen, wenn sie in dem eigenen Gase verlaufen, gleichzeitig ruhende und bewegte Intensität ihrer Serienlinien zur Emission; diese von Seite der Kanalstrahlen selber, jene von Seite der von ihnen gestoßenen ruhenden Gasteilchen. Beobachtet man die Lichtemission der Kanalstrahlen in einer Achse senkrecht zu ihrer Geschwindigkeit, so überlagern sich in den Serienlinien die ruhende und die bewegte Intensität.

Bei Untersuchung der Polarisation der Lichtemission der Kanalstrahlen ist diese Überlagerung zu beachten und zu fragen, in welchem Betrage die ruhende und die bewegte Intensität der Serienlinien für sich polarisiert sind. Zu diesem Zweck sind Bedingungen herzustellen, in denen die Serienlinien eines Elementes nur in bewegter oder nur in ruhender Intensität in den Kanalstrahlen erscheinen. Für ein Element schwerer als 12 läßt sich überwiegend nur bewegte Intensität der Serienlinien in den Kanalstrahlen erzielen, indem man es in sehr geringem Betrage einem leichten Gas wie Wasserstoff oder Helium beimischt. Eine derartige Untersuchung nach der hier benutzten Methode erscheint wünschenswert. Überwiegend nur die ruhende Intensität tritt bei den Serienlinien reinen Heliums in den Kanalstrahlen auf. Für diesen Fall nun hat die Untersuchung der Gesamtemission (Überwiegen der gelben Linie bei Beobachtung mit dem Auge) ergeben, daß die Emission der ruhenden *H ϵ* -Linien in den Kanalstrahlen nicht merklich polarisiert ist. Wie gelegentlich der vorliegenden Untersuchung an der *H γ* -Linie λ 4359 Å. festgestellt werden konnte, ist ihre Emission in den *H*-Kanalstrahlen ebenfalls nicht merklich polarisiert; da sie unter den von uns benutzten Bedingungen überwiegend in ruhender Intensität herauskommt, so haben wir in ihr den zweiten Fall, daß die ruhende Intensität von

Serienlinien in den Kanalstrahlen unpolarisiert ist. Und so ist wahrscheinlich, daß allgemein die Emission der ruhenden Serienlinien in den Kanalstrahlen unpolarisiert ist. Eine weitere experimentelle Prüfung dieses Satzes ist freilich wünschenswert, für das Folgende sei seine Richtigkeit vorausgesetzt.

Verlaufen Wasserstoff-Kanalstrahlen in reinem Wasserstoff, so ist die ruhende Intensität ihrer Serienlinien zwar sehr viel kleiner als die bewegte Intensität, immerhin ist sie aber neben dieser nicht zu vernachlässigen. Ermittelt man darum nach der oben angegebenen Methode das wirkliche Intensitätsverhältnis $(J_p/J_s)_w$ für die Kanalstrahlen in reinem Wasserstoff, so ist dieses gleich dem Verhältnis

$$\frac{J^{(r)} + J_p^{(b)}}{J^{(r)} + J_s^{(b)}},$$

worin $J^{(r)}$ die ruhende, $J^{(b)}$ die bewegte Intensität bedeutet. Es ist somit das Verhältnis $J_p^{(b)}/J_s^{(b)}$, welches die Polarisation der bewegten Intensität mißt, größer als das der Beobachtung zugängliche Verhältnis $(J_p/J_s)_w$; dieses stellt nur eine untere Grenze für jenes dar.

Die vorstehenden Hinweise lassen die große Bedeutung des Verhältnisses von bewegter zu ruhender Intensität für die Untersuchung der Polarisation der Emission der Kanalstrahlen ins Licht treten. Wählt man absichtlich oder zufällig die Versuchsbedingungen so, daß in der Lichtemission der Kanalstrahlen die Intensität des Bandenspektrums und die ruhende Intensität der Serienlinien neben deren bewegter Intensität sehr groß ist, so wird bei Untersuchung der Gesamtemission auch bei Anwendung einer sehr empfindlichen Methode der Betrag der Polarisation unmerklich klein sich ergeben. Ferner erkennt man, daß die Reinheit eines Füllgases oder das Mischungsverhältnis verschiedener Gase von empfindlichem Einfluß auf das Verhältnis $(J_p/J_s)_w$ ist, welches die hier angewandte Methode liefert. So weiß man, daß die ruhende Intensität der Serienlinien des Wasserstoffs durch die Beimischung schwerer Gase im Verhältnis zur bewegten Intensität beträchtlich verstärkt wird. Um also $(J_p/J_s)_w$ möglichst in

Annäherung an $J_p^{(b)}/J_s^{(b)}$ bei den Serienlinien des Wasserstoffs zu erhalten, hat man für große Reinheit der Wasserstofffüllung Sorge zu tragen.

Die Ungleichung

$$\frac{J_p^{(b)}}{J_s^{(b)}} > \left(\frac{J_p}{J_s} \right)_w$$

ist ein Umstand, welcher den quantitativen Charakter der vorliegenden Untersuchung beeinträchtigt. Dazu tritt noch ein weiterer Umstand. Es kommt ja in einem Kanalstrahlenbündel nicht eine einzige Geschwindigkeit für alle Teilchen, sondern eine ganze Reihe von Geschwindigkeiten vor. Wenn also, wie wahrscheinlich ist, $J_p^{(b)}/J_s^{(b)}$ eine Funktion der Geschwindigkeit ist, so gibt das Verhältnis $(J_p/J_s)_w$ nur eine untere Grenze des Durchschnittswertes der Verhältnisse $J_p^{(b)}/J_s^{(b)}$ für eine Reihe von Geschwindigkeiten.

Obleich gemäß diesen Überlegungen das experimentell zugängliche Verhältnis $(J_p/J_s)_w$ nur einen qualitativen Wert für die Beurteilung der Polarisation bewegter Serienlinien hat, so ist der experimentellen Feststellung dieser Erscheinung durch Angabe eines unteren Grenzwertes doch eine erhebliche Bedeutung beizumessen, da sie theoretisch interessante Gesichtspunkte liefert.

In den Tab. III u. IV sind die Resultate mitgeteilt, welche für die Linien H_β und H_γ bei Verwendung von Agfa-Platten ($m = 0,64$) hinsichtlich des wirklichen Intensitätsverhältnisses $(J_p/J_s)_w$ in den Kanalstrahlen (letzte Spalte) erhalten wurden. Um ein genaueres Urteil über die den Endwerten zugrunde liegenden Schwärzungsmessungen zu erlauben, sind diese ausführlich mitgeteilt. Unterhalb der von den Kanalstrahlen beobachteten Serienlinien H_β und H_γ sind in der dritten Spalte Bandenlinien angeführt, die aus der negativen Glimmschicht zum Zweck der Ermittlung des optischen Intensitätsverhältnisses

$$\left(\frac{J_p}{J_s} \right)_0 = e^{\frac{(S_p - S_s)_0}{m}}$$

erhalten wurden; nur in einem Falle (H_γ bei 9600 Volt) wurde für diesen Zweck die Serienlinie (H_γ) selber aus der negativen Glimmschicht verwendet.

Tabelle III.

Kathodenfall, Volt	Spektrograph, Belichtungszeit	Linie	S_p	S_e	$S_p - S_e$	$S_p - S_e$ Mittel	$(S_p - S_e)_n - (S_p - S_e)_0$	$\left(\frac{J_p}{J_e}\right)_w = e$	$\frac{(S_p - S_e)_n - (S_p - S_e)_0}{m}$			
2400	Prisma 30 Min.	H_β	1,42	1,15	0,27	0,28	0,21	1,36				
	"	H_β	1,58	1,29	0,29							
	"	4948 Å.	1,17	1,11	0,06							
	"	4973	1,18	1,12	0,06	0,07						
	"	4723	1,78	1,71	0,07							
	"	4723	1,77	1,68	0,09							
	Gitter 60 Min.	H_β	1,14	1,16	-0,02	-0,21	0,19					
	"	4719	1,46	1,68	-0,22							
	"	4723	1,15	1,34	-0,19							
	4800	Prisma 30 Min.	H_β	1,90	1,63	0,27	0,25			0,17		
"		H_β	2,22	1,99	0,23							
"		4723	1,56	1,47	0,09	0,08						
"		4723	1,80	1,73	0,07							
Gitter 60 Min.		H_β	1,43	1,45	-0,02	-0,21	0,19					
"		4719	1,13	1,33	-0,20							
"		4634	1,32	1,54	-0,22							
9600		Prisma 30 Min.	H_β	2,05	1,84	0,21	0,225			0,13		
		"	H_β	2,07	1,83	0,24						
		"	4723	1,19	1,11	0,08	0,095			0,16		
	"	4723	1,13	1,02	0,11							
	Gitter 60 Min.	H_β	1,18	1,22	-0,04	-0,205						
	"	4634	1,67	1,85	-0,18							
	"	4632	1,22	1,44	-0,22							

Tabelle IV.

Tabelle IV.

Kathodenfall, Volt	Spektrograph, Belichtungszeit	Linie	S_p	S_s	$S_p - S_s$	$S_p - S_s$ Mittel	$(S_p - S_s)_h - (S_p - S_s)_0$	$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_w$	
2400	Prisma 30 Min.	H_γ	1,37	1,17	0,20	{0,215}	{0,12}	{1,20}	
	"	H_γ	1,41	1,18	0,23				
	"	4318 Å.	1,82	1,72	0,10	{0,09}			
	"	4318	1,68	1,60	0,08				
4800	Gitter 60 Min.	H_γ	1,28	1,41	-0,13	{0,11}		{1,22}	
	"	4312	1,63	1,87	-0,24				
	Prisma 30 Min.	H_γ	1,90	1,67	0,23	{0,225}	{0,14}		
	"	H_γ	2,12	1,90	0,22				
9600	"	4318	1,84	1,75	0,09	{0,085}		{1,21}	
	"	4318	2,04	1,96	0,08				
	Gitter 60 Min.	H_γ	1,54	1,66	-0,12	{0,12}			
	"	4179	1,73	1,97	-0,24				
9600	Prisma 30 Min.	H_γ	2,00	1,75	0,25	{0,225}	{0,13}	{1,21}	
	"	H_γ	1,99	1,79	0,20				
	"	4341(H_γ)	2,18	2,10	0,08	{0,09}			
	"	4341(H_γ)	2,20	2,10	0,10				
9600	Gitter 60 Min.	H_γ	1,32	1,46	-0,14	{0,11}		{1,21}	
	"	4179	1,08	1,33	-0,25				

Wie aus den zwei Tabellen zu ersehen ist, übersteigt die Intensität der p -Schwingungen diejenige der s -Schwingungen der Serienlinien in den Kanalstrahlen durchweg um 20 bis 35 Proz. Nach den oben gegebenen Ausführungen ist also die bewegte Intensität der H -Serienlinien in den Kanalstrahlen um mehr als 20—35 Proz. zugunsten der Schwingungen parallel der Geschwindigkeitsachse größer. Man wird erstaunt sein über die Größe dieses Effektes; wohl niemand hätte ihn in diesem Betrag erwartet, sonst wäre er vermutlich schon längst ausgesucht worden.

Vergleicht man die Werte von $(J_p/J_s)_w$ für verschiedene Kathodenfälle miteinander, so scheint es, als ob sie mit wachsendem Kathodenfall abnehmen. Wir möchten indes auf diesen Punkt keinen Wert legen. Es ist nämlich möglich, daß in den Aufnahmen für die drei Werte des Kathodenfalles die Gasfüllung noch nicht gleichmäßig rein war; wahrscheinlich war sie etwas durch Stickstoff verunreinigt. Eine Verunreinigung aber hat, wie oben dargelegt wurde, einen empfindlichen Einfluß auf das Verhältnis von bewegter und ruhender Intensität und somit auf das Verhältnis

$$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_w = \frac{J^{(r)} + J_p^{(b)}}{J^{(r)} + J_s^{(b)}}.$$

Es ist also möglich, daß in gleichmäßig reinem Wasserstoff der Gang des Verhältnisses $J_p/J_s)_w$ mit dem Kathodenfall ein anderer ist. In der Tat nimmt gemäß der Tab. V $(J_p/J_s)_w$ mit wachsendem Kathodenfall etwas zu, und zwar war in der Versuchsreihe dieser Tabelle der Wasserstoff gleichmäßig reiner als in der ersten Versuchsreihe. Aber selbst wenn dieser zweite Gang des Verhältnisses $(J_p/J_s)_w$ mit wachsendem Kathodenfall in reinem Wasserstoff eine wiederkehrende Erscheinung wäre, möchten wir deren theoretische Verwertung für bedenklich erachten. In unseren Versuchen änderte sich nämlich mit dem Kathodenfall gleichzeitig der Gasdruck, und zwar wurde dieser kleiner gemacht, um jenen zu erhöhen. Es ist nun sehr wohl möglich, daß das Verhältnis $(J_p/J_s)_w$ auch vom Gasdruck abhängig ist.

4. Polarisation der bewegten Serienlinien in den Kanalstrahlen, zweite Versuchsreihe.

Diejenigen Linien H_β und H_γ in den Tab. III und IV, welche hinter demselben Wert des Kathodenfalles verzeichnet stehen, wurden von demselben Spektrogramm abgenommen; sie entsprechen also gleichen Versuchsbedingungen. Vergleicht man nun ihre Verhältnisse $(J_p/J_s)_w$ miteinander, so ergibt sich für H_β durchweg ein größerer Wert als für H_γ . Dies bedeutet, daß der Betrag der Polarisation der Lichtemission in den Kanalstrahlen bei der Serienlinie H_β größer ist als bei H_γ .

Dieser Punkt erschien uns so interessant, daß wir zu prüfen beschlossen, ob zwischen H_α und H_β die gleiche Beziehung besteht. Zu diesem Zweck führten wir eine zweite Versuchsreihe mit einer rotempfindlichen Platte durch; hierbei wurde nur der Prismenspektrograph verwendet; die Versuchsbedingungen wurden günstig für den Vergleich von H_α und H_β gewählt. In Tab. V sind für drei Werte des Kathodenfalles die gewonnenen Messungen zusammengestellt. Wie aus ihr hervorgeht, ist $(J_p/J_s)_w$ für H_α durchweg etwas größer als für H_β . Es nimmt demnach das Verhältnis $(J_p/J_s)_w$ bei den drei ersten Gliedern der Wasserstoffserie mit steigender Gliednummer ab. Es ist freilich unentschieden, wenn auch wahrscheinlich, daß dieser Gang für die bewegte Intensität der Serienlinien allein zutrifft, daß er also nicht durch einen Gang des Verhältnisses der bewegten zur ruhenden Intensität, deren Summen ja zur Beobachtung kommen, bewirkt wird.

5. Resultate und ihre Deutung.

Durch die vorliegende Untersuchung dürfen wir folgende Erscheinungen als sichergestellt erachten.

1. Die Emission der Bandenlinien des Wasserstoffes ist den Kanalstrahlen ebenso unpolarisiert wie in der negativen Glimmschicht.

2. Die Emission der H -Serienlinien in der negativen Glimmschicht ist unpolarisiert, wahrscheinlich ebenso die Emission der ruhenden H -Serienlinien in den Kanalstrahlen entsprechend den ruhenden Serienlinien des Heliums und des Quecksilbers in den Kanalstrahlen.

Tabelle V.

Kathodenfall, Volt	Serien- linie	Linie	S_p	S_e	$S_p - S_e$	$(S_p - S_e)_w - (S_p - S_e)_0$	$\left(\frac{J_p}{J_e}\right)_w$	$= e \frac{(s_p - s_e)_w - (s_p - s_e)_0}{m}$
2300	H_α	H_α 5920 Å.	1,77 1,28	1,63 1,33	0,14 -0,05	0,19		1,32
	H_β	H_β 4797	1,18 1,21	1,09 1,24	0,09 -0,03	0,12		1,20
	H_γ	H_γ 4318	1,13 1,39	1,05 1,45	0,08 -0,06	0,14		1,23
4200	H_α	H_α 5920	2,35 0,94	2,21 0,97	0,14 -0,03	0,17		1,28
	H_β	H_β 4973	1,99 1,05	1,90 1,12	0,09 -0,07	0,16		1,27
	H_γ	H_γ 4318	1,84 1,68	1,74 1,71	0,10 -0,03	0,13		1,21
9500	H_α	H_α 5920	1,59 1,14	1,41 1,18	0,18 -0,04	0,22		1,38
	H_β	H_β 4973	1,48 1,27	1,33 1,32	0,15 -0,05	0,20		1,34
	H_γ	H_γ 4318	1,42 1,76	1,27 1,81	0,15 -0,05	0,20		1,34

3. Die Emission der bewegten *H*-Serienlinien in den Kanalstrahlen ist polarisiert, und zwar ist die Intensität der Schwingungen parallel der Geschwindigkeitsachse mehr als 20 bis 35 Proz. intensiver als die Intensität der Schwingungen senkrecht dazu.

Das Fehlen der Polarisation in der negativen Glimmschicht bei höherem Druck erklärt sich allein aus dem ungeordneten Verlauf der zerstreuten und sekundären Kathodenstrahlen, welche die Lichtemission in jener Strompartie durch ihren Stoß auf ruhende Gasmoleküle veranlassen.

Aus der teilweisen Polarisation der bewegten *H*-Serienlinien in den geordnet verlaufenden Kanalstrahlen ist zu folgern, daß zwischen der Bewegung der Kanalstrahlenteilchen und der Beschleunigung ihrer emittierenden Serienelektronen ein unmittelbarer Zusammenhang besteht, so daß die Ordnung in der Stellung der Geschwindigkeitsachsen der Kanalstrahlen in einer teilweisen Ordnung der Beschleunigungsachsen ihrer Serienelektronen wiederkehrt. Diese Folgerung ist verträglich mit der Auffassung, daß die Träger der *H*-Serienlinien positive Atomionen sind, und daß diese ihre bewegte Intensität an ihren eigenen Serienelektronen überwiegend unmittelbar durch ihren Stoß auf Gasmoleküle als positive Kanalstrahlen anregen, daß also Geschwindigkeits-, Stoß- und Beschleunigungsachsen angenähert zusammenfallen.

Das Fehlen der Polarisation bei der Emission der ruhenden Serien- und Bandenlinien in den Kanalstrahlen läßt folgern, daß zwischen der Beschleunigung der sie emittierenden Elektronen und der Geschwindigkeit der Kanalstrahlen kein unmittelbarer Zusammenhang besteht. Wohl wird die Emission der zwei Arten von Linien durch den Stoß der Kanalstrahlen auf ruhende Gasmoleküle veranlaßt¹⁾, indes nur veranlaßt. Zwischen den Stoß und die Emission schaltet sich ein unmittelbar auf den Stoß folgender Vorgang ein, welcher die Orientierung der Stoßachsen nicht auf die Beschleunigungsachsen der Emission überträgt. Dieser Vorgang ist im Falle der Emission der Bandenlinien gemäß der Auffassung des einen

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 42. p. 163. 1913.

von uns die teilweise oder ganze Abtrennung und Wiederanlagerung von Valenzelektronen. Im Fall der Emission der ruhenden Serienlinien ist es die Ionisierung, also die Abtrennung eines Valenzelektrons von seinem Atom infolge des Stoßes eines Kanalstrahlenteilchens; im Abschluß dieses Vorganges kommen die Serienelektronen des neu gebildeten Atoms mit Geschwindigkeit in ihrer neuen Gleichgewichtslage an und strahlen dann ihre überschüssige Energie in Schwingungen um diese aus.

Aachen, 30. Juni 1914.

(Eingegangen 26. September 1914.)

**4. Intensität und Absorptionsindex
der Röntgenstrahlen von Platin und Kohle¹⁾;
von H. Kirschbaum.**

Inhalt: § 1. Probleme. — I. Methoden. § 2. Das Elektrometer. § 3. Das Funkenmikrometer. § 4. Die Röntgenröhre. § 5. Photographische Methode. § 6. Ionisierungsmethode. — II. Beobachtungen. § 7. Vergleich der Intensitäten der Röntgenstrahlung von Platin und Kohle. § 8. Der Absorptionsindex für Aluminium der Pt- und C-Strahlung in Abhängigkeit von der Elektrodenspannung. § 9. Beziehung zwischen dem elektrischen Absorptionsindex und der spezifischen Schwärzungsdifferenz. § 10. Gesichtspunkte für den Vergleich der Emissionen in verschiedenen Azimuten. § 11. Vergleich der Intensitäten der Pt- und C-Strahlung in verschiedenen Emissionsazimuten. § 12. Vergleich der Absorptionsindizes in verschiedenen Emissionsazimuten. § 13. Azimut größter Intensität. — III. Resultate.

§ 1. Probleme.

Die Intensität und das Durchdringungsvermögen der Röntgenstrahlen sind von Anbeginn ihrer Entdeckung als wesentlich abhängig von der Elektrodenspannung an der Röntgenröhre erkannt worden. Röntgen²⁾ stellte an der Strahlungsintensität außerhalb der Entladungsröhre an einem Fluoreszenzschirme und an den Schwärzungen photographischer Platten fest, daß die Zusammensetzung des von einer Platinantikathode einer Entladungsröhre ausgesandten Strahlengemisches — d. h. Strahlen von verschiedener Absorbierbarkeit und Intensität — hauptsächlich bedingt ist durch das Entladungspotential; und zwar wies er nach, daß allgemein die Durchlässigkeit der Körper für die Röntgenstrahlen mit zunehmendem Entladungspotential und mit diesem die Intensität steigt. Röntgen kontrollierte die Elektrodenspannung an einer der Röhre parallel geschalteten Funkenstrecke.

Trotzdem nun nach den grundlegenden Arbeiten Röntgens so ungemein zahlreiche Arbeiten über die Röntgenstrahlen

1) Gekürzte Inauguraldissertation des Verfassers.

2) W. C. Röntgen, Wied. Ann. **64**. p. 1, 12, 18. 1898.

ausgeführt worden sind, fehlt¹⁾ bis heute eine systematische Untersuchung, welche für ein bestimmtes Antikathodenmaterial eine ausgedehnte Reihe genau gemessener Elektrodenspannungen mit den Absorptionsindizes der von ihnen in einer Röntgenröhre zur Emission gebrachten Strahlen verknüpfte.

Diese Lücke auszufüllen, war eine der Aufgaben der vorliegenden Untersuchung, und zwar sollte dabei der Absorptionsindex nach der bekannten Ionisierungsmethode mit dem „photographischen“ Absorptionsindex verglichen werden.

Eine andere Aufgabe bestand darin, die zuerst von J. Stark²⁾ nachgewiesene Dissymmetrie in der Emission von Röntgenstrahlen an einer Kohleantikathode noch einmal nachzuprüfen und vor allem über die Lage des Azimuts größter Intensität Beobachtungsmaterial für genau gemessene Elektrodenspannungen beizubringen; ferner sollte untersucht werden, ob die gleiche Erscheinung auch bei einer Platinantikathode sich zeigt. Zwar ist unterdes eine Untersuchung von W. Friedrich³⁾ in dieser Richtung erschienen. Da sie indes in einem wichtigen Punkte, wie weiter unten dargelegt werden wird, Zweifel übrig läßt, so erschien es angebracht, die Beobachtungen von Stark, die auch Gegenstand einer theoretischen Diskussion⁴⁾ gewesen sind, unter Bedingungen für genaue Messungen zu wiederholen.

Gleich hier seien die Gründe angegeben, aus welchen die vorliegende Untersuchung für eine Antikathode aus Kohle und für eine aus Platin durchgeführt worden ist. — Dieses Material bot einmal ein praktisches Interesse, weil es in der normalen Röntgenröhre verwendet wird. Sodann aber wurde es zum Vergleich mit Kohle deswegen gewählt, weil sein Atomgewicht sehr viel größer als dasjenige von Kohlenstoff ist.

Nach den Untersuchungen von Barkla⁵⁾ besitzen die chemischen Atome im Gebiete des Röntgenspektrums charakteristische Eigenfrequenzen; Barkla hat diese zuerst in der

1) Gelegentliche Beobachtungen über Elektrodenspannung und Absorptionsindex: W. Seitz, *Ann. d. Phys.* **27**, p. 301. 1908; W. R. Ham, *Phys. Rev.* **30**, p. 96. 1910; R. Whiddington, *Proc. Roy. Soc.* **85**, p. 99. 1911.

2) J. Stark, *Phys. Ztschr.* **10**, p. 902. 1909; **11**, p. 107. 1910.

3) W. Friedrich, *Ann. d. Phys.* **39**, p. 377. 1912.

4) A. Sommerfeld, *Phys. Ztschr.* **10**, p. 969. 1909; J. Stark, *Phys. Ztschr.* **10**, p. 579. 1909.

5) Ch. G. Barkla, *Jahrb. d. Rad. u. El.* **5**, p. 2. 1908.

sogenannten Fluoreszenzstrahlung nachgewiesen, welche von gewissen Elementen bei Absorption primärer Röntgenstrahlen emittiert wird, und hat gefunden, daß die Absorbierbarkeit dieser Eigenstrahlung von dem Atomgewicht abhängt. Während sich für Pt eine intensive Fluoreszenzstrahlung ergab, zeigte C keine Fluoreszenzstrahlung in dem untersuchten Röntgenstrahlgebiet. Stark¹⁾ hat dann anknüpfend hieran die Vermutung geäußert, daß die Eigenstrahlung auch durch den Stoß der primären Kathodenstrahlen auf die Atome in der Antikathode zur Emission gebracht werden könne, daß diese also neben der Wiechert-Stokesschen Strahlung von seiten der gebremsten primären Kathodenstrahlen noch die linienhafte Eigenstrahlung ihrer Atome emittiere.

I. Methoden.

§ 2. Elektrometer.

Von Anfang an war in der vorliegenden Arbeit das Bestreben darauf gerichtet, für die Messung der Elektrodenspannung an der Röntgenröhre eine möglichst einwandfreie Methode anzuwenden; eine solche wurde in der Verwendung einer Influenzmaschine und eines Hochspannungselektrometers erblickt, welches im Prinzip demjenigen von Wulf²⁾ nachgebildet ist.

Durch eine einfache Vorrichtung konnte ein Elektrometer für niedrige Spannung zur Messung hoher Spannungen benutzbar gemacht werden.

Ein Teil der von einer hochgeladenen Platte ausgehenden Kraftlinien wird abgeschirmt, der nicht abgeschirmte mündet in einem Tischchen, das auf den inneren isolierten Teil des ungeladenen Elektrometers gesetzt ist. Infolge der Influenz tritt Ladung in dem beweglichen inneren Teile des Instrumentes auf, welche die Blättchen bzw. Fäden zur Divergenz bringt. Der Ausschlag dieser hängt bei Ausschaltung aller anderen Einflüsse nur von dem jeweiligen Potential der hochgeladenen Platte ab.

Das für die vorliegende Arbeit benutzte Hochspannungselektrometer war, wie folgt, zusammengesetzt:

Von einem runden Grundbrett |A| (vgl. nachstehende Fig. 1) erhoben sich drei Holzstützen in einem gegenseitigen

1) J. Stark, Phys. Ztschr. 10. p. 579 u. 902. 1909.

2) Th. Wulf, Phys. Ztschr. 11. p. 1090. 1910.

Abstand von 20 cm, welche ihrerseits eine dem Grundbrett gleiche Holzplatte |B| trugen.

Auf dem unteren Brett stand ein Elektrometer von Elster & Geitel¹⁾, dessen Stellschrauben zur Verhinderung einer Verschiebung in kleine Löcher im Grundbrett eingesenkt waren. Auf den Zuführungsstift |C| zu dem inneren Teil des Elektrometers war ein kreisrundes Tischchen |T| aus Zink-

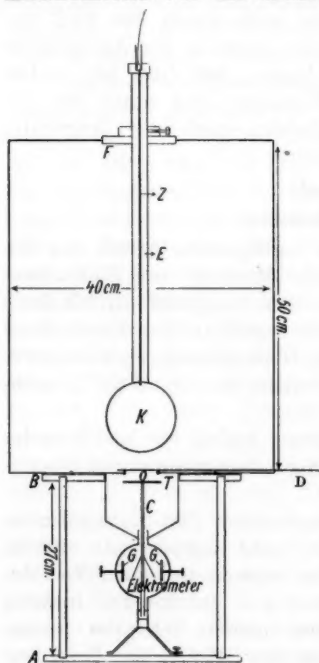


Fig. 1.

|D| von außen her verschlossen werden konnte. Die Öffnung |O| war kleiner im Durchmesser 4,8 cm als das Tischchen (5,4 cm) gewählt. Eine hohle Messingkugel |K| von 10 cm Durchmesser wurde von einem dicken Draht |Z| für die Zuleitung der Hochspannung getragen. Der Draht war zu seiner Isolierung von dem stets geerdeten Kasten in einem dickwan-

blech vom Durchmesser 5,4 cm aufgesetzt. Die obere Holzplatte besaß eine konzentrische Öffnung von 10,5 cm Durchmesser, durch die ein Zinkblechzylinder nach unten hinausragte und das Tischchen und, weiterhin trichterförmig zulaufend, den oberen Teil des Elektrometergehäuses umschloß.

Auf dem Holzgestell, zugleich auf einem an den Zinkblechzylinder angelöteten schmalen Band, ruhte ein runder Kasten aus Zinkblech, in dessen Boden zwei kleine Erhöhungen der oberen Holzplatte zur Verhütung einer Verschiebung eingriffen.

Der Boden des Kastens wies in der Mitte eine kreisförmige Öffnung auf, deren Rand von einem wulstigen Messingring eingefast war, und die durch eine Schieberklappe

1) J. Elster u. H. Geitel, Phys. Ztschr. 4. p. 137. 1902.

digen Hartgummirohr $|E|$ eingebettet, welches mitsamt dem Zuleitungsdraht in einer an den abnehmbaren Kastendeckel angesetzten dicken Hartgummiplatte $|F|$ verschoben und durch eine Schraube aus gleichem Material befestigt werden konnte. Auf dem Hartgummirohr war eine Millimeterskala eingeritzt.

Die Empfindlichkeit des Elektrometers wurde nicht wie beim Wulfschen Hochspannungselektrometer durch Vergrößerung der Öffnung $|O|$ und die Höhe des Tischchens $|T|$ verändert, sondern nur durch den Abstand der verschiebbaren Kugel $|K|$. Es wäre nämlich bei der Größe unseres Elektrometersystems unbequem gewesen, jedesmal zur Veränderung der Empfindlichkeit für die verschiedenen hohen Spannungen das Instrument auseinanderzunehmen. Jene Anordnung empfahl sich auch schon deshalb, weil durch die Verschiebung der Kugel ein weitausgedehnter Empfindlichkeitsbereich gegeben war und — wie es sich bei den hohen Spannungen von etwa 50000 Volt zeigte — bei nicht angemessener Entfernung der Kugel vom Tischchen eine starke Aufladung des Tischchens des Elektrometers vorkam, welche stets einen heftigen Ausschlag der Blättchen bis zur Berührung der Elektrometerbacken $|G|$ nach sich zog.

Durch vielfache Beobachtungen und Messungen an dem vorbeschriebenen Elektrometer wurde festgestellt, daß es zur Bestimmung der Elektroden Spannung an der Röntgenröhre und ihres Verlaufes wohl geeignet war. — Störende Einflüsse von außen auf den Kraftlinienverlauf waren durch die allseits geschlossene Form von vornherein nicht zu befürchten. Die Empfindlichkeit konnte, wie schon erwähnt, in einem großen Bereiche verändert werden und wurde durch Verschiebung der Kugel $|K|$ meist so reduziert, daß sie 1 Proz. des Potentialwertes an der Kugel pro $\frac{1}{10}$ Skalenteil ausmachte, der noch bequem an der Elektrometerskala abgelesen werden konnte.

Die Empfindlichkeit dieses Hochspannungselektrometers konnte noch durch die Verschiebung der Backen $|G|$, die sich in dem Elektrometer von Elster & Geitel¹⁾ befanden, verändert werden.

Weiterhin ergab sich bei ungeänderter Kugelstellung Proportionalität zwischen dem Ausschlag am Elektrometer

1) J. Elster u. H. Geitel, Phys. Ztschr. 4. p. 137. 1902.

und dem Potential der Kugel, wenigstens in dem mittleren Skalenbereich; für die ersten 5 Skalenteile bestand eine geringere, für die Skalenteile über 12 eine größere Empfindlichkeit des Elektrometers (vgl. hierzu Beschreibung des Elektrometers von Elster & Geitel).¹⁾

Das Auseinandernehmen des ganzen Elektrometers, die Verschiebung der Kugel und das Wiedereinsetzen des ganzen Systems — eine Manipulation bei den Vorversuchen, die dartun sollte, ob wesentliche Veränderungen der Beziehung zwischen Ausschlag und Spannung hierdurch hervorgebracht würden — ergab zuweilen eine Änderung jener Beziehung, doch überschritt die Verschiedenheit der Werte selten 1 Proz. Hin und wieder kamen Aufladungen des Elektrometers vor, die zum Teil von Staubteilchen, zum Teil von der Ionisierung der Luft zwischen Kugel und Tischchen herrühren dürften. Zur Abstellung dieser Störung genügte oft schon ein Schließen der Öffnung $|O|$ durch die Schieberklappe $|D|$ und Ableiten der Elektrizität durch die Flügel des Elektrometers, andererseits half das einfache Mittel des Auseinandernehmens, Reinigens und vorsichtigen Ineinandersetzens der ganzen Elektrometeranordnung.

§ 3. Die Funkenstrecke.

Die Eichung des beschriebenen Hochspannungselektrometers geschah durch eine besonders für diesen Zweck angefertigte, parallel zum Elektrometer gelegte Funkenstrecke (vgl. Fig. 2 auf der folgenden Seite).

Als Elektroden zu der Funkenstrecke wurden Messingkugeln von 5 cm Durchmesser genommen. Die Spannungswerte zu den einzelnen Funkenlängen wurden aus der Kurve von Müller²⁾ für Kugeln von 5 cm Durchmesser interpoliert.

Die Funkenstrecke war symmetrisch angeordnet. Die Funkenbahn lag vertikal. Die untere Elektrode $|A|$ war durch einen Glasstab $|B|$ von der Grundplatte isoliert und fest; sie erhielt die Spannung.

Die Einstellung des Elektrodenabstandes erfolgte durch Verschiebung der stets geerdeten Kugel $|C|$, deren Messing-

1) J. Elster u. H. Geitel, Phys. Zeitschr. 4. p. 137. 1902.

2) C. Müller, Ann. d. Phys. 28. p. 585. 1909.

gestänge $|DE|$ an den Schlitten eines bis zu 6 cm verschiebbaren Mikrometers angesetzt war. Um auch größere Entfernungen der Kugelelektroden zu ermöglichen, konnte die obere Kugel $|C|$ tragende senkrechte Stange $|D|$ in einer durch eine Schraube zusammendrückbare Metallhülse der Stange $|E|$ verschoben und befestigt werden.

Für alle hier in Betracht kommenden Funkenlängen reichte das Mikrometer aus.

Die Funkenstrecke war von einem Gehäuse aus Zinkblech umgeben, welches neben der oberen Öffnung für die Stange $|D|$ noch eine größere durch eine Zinkplatte verschließbare Öffnung $|O|$ aufwies; seitlich war an dem Kasten eine Hartgummiplatte eingesetzt, durch deren Mitte die Zuleitung zur unteren Elektrode ging.

Das Ganze war möglichst stabil gebaut, damit keine fehlerhafte Änderung der Elektrodenlage (Nullage usw.) während der Messungen vorkamen; so war die Grundplatte aus massivem Eisen, die Stütze, an welche das kräftige Gestänge angriff und das Mikrometer angeschraubt war, bestand aus einem starken T-Eisen. Es wurden auch selten unliebsame Änderungen der Nullage angetroffen. Die Nullstellung der Kugeln wurde dann stets durch eine Verschiebung der Vertikalstange $|D|$ wiedergegeben und vor jeder Meßreihe geprüft.

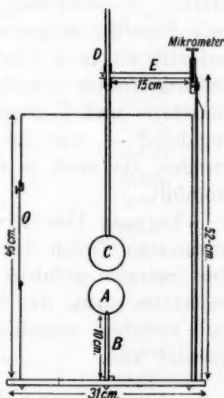


Fig. 2.

Außer der isolierten Kugelelektrode $|A|$ war das ganze Funkenmikrometer metallisch in sich verbunden und geerdet.

Die Regulierung der Spannung bis zur beabsichtigten Funkenlänge wurde durch einen parallel zu Elektrometer und Funkenstrecke geschalteten Spitzenregulator besorgt. Er war aus einem gewöhnlichen Funkenmikrometer hergestellt; statt der Kugeln stand eine mit Spitzen versehene Platte (stets negativ elektrisch) einer einfachen Platte (verschiebbar und stets geerdet) gegenüber.

Die Regulierung der Spannung mit den Spitzen ging ohne Schwierigkeiten.

Bei Überspringen des Funkens zwischen den Kugeln wurde der jedesmalige Ausschlag am Elektrometer für die Eichung beobachtet. — Bei ungeänderter Stellung der Kugel im Hochspannungselektrometer wiesen Ausschlag desselben und Funkenpotentialwerte keine Unregelmäßigkeiten auf.

Eine Verzögerung der Funkenentladung war durch ein im Blechgehäuse der Funkenstrecke befindliches Radiumpräparat vermieden. — Die Zuleitungsdrähte von der Influenzmaschine zu den einzelnen Instrumenten waren zur Verhütung starker Ausstrahlung der Elektrizität größtenteils in weite, mit Paraffin ausgegossene Glasröhren gebettet. An Stellen jedoch, wo eine Umwechselung oder Verschiebung des Zuleitungsdrahtes zuweilen erfolgen mußte — so an der Influenzmaschine und Röntgenröhre, am Elektrometer und Spitzenregulator —, war der Kupferdraht von dickwandigem Weichgummi, der noch in das Paraffin der Glasröhren hineinragte, umhüllt.

Es mag hier Erwähnung finden, daß neben den schon genannten Teilen des Elektrometers, der Funkenstrecke und des Spitzenregulators noch der positive Pol der Influenzmaschine, sowie die *Antikathode der Röntgenröhre* durch eine gut verlötete metallische Verbindung mit der Wasserleitung geerdet war.

§ 4. Röntgenröhre.

Röhrenform. Zum Zweck der Verarbeitung zu einer Röntgenröhre war eine kugelförmige Röhre von 6,1 cm Durchmesser ausgesucht worden, welche in der Äquatorialebene senkrecht zu dem Ansatzrohr streng kreisrund war. Da in einer Äquatorialebene durch das Ansatzrohr die Dicke der Glaswand im allgemeinen besonders stark variiert, so wurde das Ansatzrohr nicht zum Kathodenrohr gemacht, sondern zur Aufnahme des Schliffstückes bestimmt, welches die Antikathode halten sollte. Das Kathodenrohr hingegen wurde in der Ebene, in welcher die Röntgenstrahlen beobachtet werden sollten — Äquatorialebene —, senkrecht zu dem Ansatzrohr angebracht.

Nach Beendigung der ganzen vorliegenden Arbeit wurde ein 3 cm breiter Streifen aus der benutzten Röntgenröhre so

herausgeschnitten, daß seine Mittellinie in der Äquatorialebene senkrecht zum Ansatzrohr stand. Auf dieser Mittellinie, sowie 1 mm ober- und unterhalb derselben wurde mit einem Sphärometer die Glaswanddicke von 0,5 zu 0,5 cm für verschiedene Azimute ausgemessen, und das Mittel aus den drei Messungen genommen. Es ergaben sich die folgenden, in der Tab. 1 mitgeteilten Werte.

Tabelle 1.

Azimut in Grad	Glaswanddicken in mm	Azimut in Grad	Glaswanddicken in mm
0	0,589	77,6	0,436
4,5	0,579	82,2	0,430
8,9	0,568	86,8	0,417
13,3	0,555	91,5	0,411
17,8	0,544	96,2	0,410
22,3	0,539	101,0	0,412
26,8	0,527	105,7	0,416
31,4	0,528	110,4	0,422
36,0	0,532	115,2	0,423
40,6	0,537	120,0	0,429
45,2	0,531	124,8	0,439
49,8	0,526	129,8	0,451
54,4	0,499	134,7	0,458
59,0	0,485	139,6	0,467
63,6	0,467	144,5	0,476
68,2	0,455	149,4	0,488
72,9	0,447	—	—

Antikathode. Als Antikathodenmaterial wurde, wie schon eingangs erwähnt, Platin und Kohle verwendet.

Die Platinantikathode (vgl. Fig. 3) bestand aus einem kreisförmigen, 0,1 mm dicken Platinblech von 2,2 cm Durchmesser, welches aufliegend auf einem 2,5 mm breiten, 0,5 mm dicken Stahlring von 2,05 cm Durchmesser, an diesen mit Platindrähtchen befestigt war. In den Stahlring war eine in ein Gewinde eines Messingstiftes passende Spindel geschraubt. Der Messingstift war unten von einem an das Schliffstück angeschmolzenen Glasröhrchen eng umschlossen und ging selbst oben in einen Platindraht über.

An Stelle einer Antikathode aus Buchenholzkohle wurde eine solche aus Bogenlampenkohle genommen. Dieses Material konnte bis zur Weißglut, ohne durchzubrennen, erhitzt werden. Wohl kam ein Zerspringen dieser Kohlenart vor. Es sind für die maßgebenden Beobachtungen zwei Scheiben dieser Kohle benutzt worden, welche aus dem gleichen Stück Bogenlampenkohle und in derselben Dicke geschnitten worden waren.

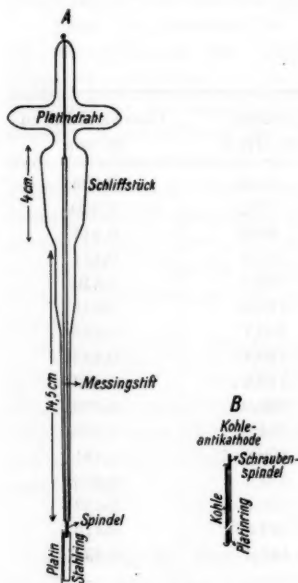


Fig. 3.

Spindel der Platinantikathode und Platinoberfläche überein, damit sich eine möglichst genaue gleiche Azimutstellung der Antikathodenoberfläche erreichen ließ und die Emissionszentren der aus beiden Antikathoden emittierten Röntgenstrahlen die gleichen waren. Die Antikathoden ragten in die Röhrenkugel soweit hinein, daß die Auftreffstelle der Kathodenstrahlen möglichst genau in ihrer Mitte lag.

Aufstellung der Röntgenröhre. Die Röntgenröhre (vgl. Fig. 4 u. 5, p. 95 u. 96) wurde unter Zwischenschaltung eines Hahnes mittels einer etwa 30 cm langen Rohrleitung an

Die Kohlescheibe (vgl. Fig. 3 B) von 0,58 mm Dicke und 2,1 cm Durchmesser lag auf einem 0,75 mm dicken Platinring von 1,95 cm Durchmesser auf, von welchem drei angelötete Häkchen aus Platindraht auf die Vorderseite der Kohlescheibe ein wenig übergriffen, diese so haltend. Ein stärkerer Platindraht, an den Platinring mit Kupfer festgelötet, war zu einer Schraubenspindel verarbeitet, welche ebenso wie die der Platinantikathode in den Messingstift des Schliffstückes paßte.

Die Dicke der ganzen Kohleantikathode von der Spindel bis zur Kohleoberfläche (1,3 mm) stimmte mit der Breite von

den Aufsatz einer Gaedepumpe, deren Vorvakuum eine rotierende Ölpumpe bediente, mit Siegelack angekittet. Das Kathodenrohr hatte horizontale, der Antikathodenträger vertikale Lage.

Der untere Teil der Glaskugel ruhte auf der Holzplatte eines stabilen Holzschemels, und, um eine Veränderung der Röhrenlage zu vermeiden, war der aufliegende Röhrenteil mit Paraffin festgegossen. Der Röntgenröhre wurde so ein genügend fester Halt geboten. Diese Befestigung der Röhre ersetzte jegliche Art von Haltern, deren Sekundärstrahlen die Beobachtung fehlerhaft hätten beeinflussen können.

Die zur Gaedepumpe führende Rohrleitung war zu Anfang seitlich an das Kathodenrohr angesetzt. Im weiteren Verlauf der Beobachtungen und Erfahrungen an der Röntgenröhre wurde diese Rohrleitung an den Antikathodenträger verlegt, um störende Entladungen nach der Pumpe zu vermeiden.

§ 5. Photographische Methode.

a) *Prinzip.* Das Prinzip der hier angewandten photographischen Methode nach dem Verfahren von Stark war folgendes. Es wurde um die Röntgenröhre in einigem Abstand von ihr und konzentrisch mit ihr ein photographischer Film gelegt. In dem mittleren Drittel seiner Höhe war dieser nur

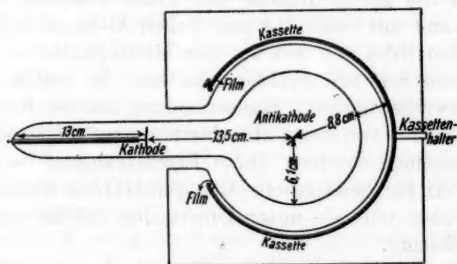


Fig. 4.

von schwarzem Papier, in seinen zwei anderen Dritteln außerdem von Aluminiumblech bedeckt. Der Vergleich der von den Röntgenstrahlen veranlaßten Schwärzung in seinem mittleren Drittel mit derjenigen unter dem absorbierenden Aluminiumblech ergab für verschiedene Azimute den „photographischen“

Absorptionsindex. Außerdem gestattete der Vergleich der Schwärzungen in den verschiedenen Azimuten die Feststellung der Abhängigkeit der Intensität der Röntgenstrahlung vom Azimut.

b) *Kassette*. Die verwendete Kassette (vgl. Fig. 4 u. 5) für den Film war streng kreisförmig. Sie war aus Messingblech hergestellt.

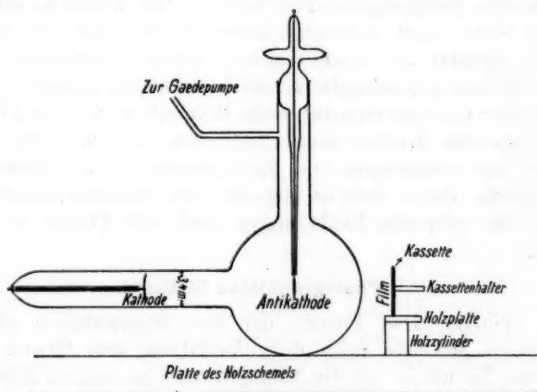


Fig. 5.

Indes war die zur Aufnahme des Films dienende kreiszylindrische Wand mit einem 0,4 mm dicken Al-Blech bedeckt. Dieses sollte den Film vor den aus der Messingkassette rückwärts geworfenen Sekundärstrahlen schützen. Es mußte nämlich auf eine etwaige intensive Eigenstrahlung aus der Kassette unter dem Einfluß der von dieser absorbierten primären Strahlung Rücksicht genommen werden. Diese Eigenstrahlung ist nach Barkla¹⁾ bei Al für gewöhnliche Röntgenstrahlen nicht vorhanden, wohl aber tritt sie unter Umständen bei Zn und Cu auf, also an Messing.

Der Radius der Krümmung der Kassette betrug 8,83 cm; da der Film selbst 0,2 mm, ein zwischen ihm und der Kassettenträger liegendes Papierblatt 0,1 mm dick war, so betrug der Radius der Krümmung der photographischen Schicht 8,8 cm.

Damit bei allen photographischen Beobachtungen der Kassette ein fester Halt geboten wurde und ihre Stellung um

1) Ch. G. Barkla, l. c.

die Röntgenröhre in bezug auf die Äquatorialebene gewahrt blieb, wurde folgende Einrichtung getroffen.

Um die Entladungsröhre wurde ein dickwandiger, eine weite Lücke für die Durchführung des Kathodenrohres aufweisender Holzzylinder gelegt und auf diesen eine Holzplatte fest aufgeschraubt. In die Holzplatte war eine 3 mm breite kreisförmige Rinne vom Radius der Kassette so tief eingeschnitten, daß der untere Rand der Kassette bis zur Metalleiste hineingesteckt werden konnte (vgl. Fig. 5).

Die Höhe des Holzzylinders und der Platte war so bemessen, daß nach Einstellung der Kassette in die Rinne die Mittellinie des photographischen Films in die Äquatorialebene der Glaskugel zu liegen kam, in der auch später die Ausmessung der Glasdicke erfolgte. Außerdem wurde vor der Befestigung dieser Einrichtung auf dem Holzschemel mit Paraffin an der Außenseite auf überall gleiche Entfernung der Kassette von der Glaskugel geachtet, d. h. sie wurde konzentrisch zur Röhre gestellt.

Eine Marke auf Kassette und Holzplatte ermöglichte es noch, die Enden der Kassette stets gleichweit von dem Kathodenrohr zu bringen, überhaupt übereinstimmende Stellungen derselben bei allen Beobachtungen zu erzielen.

c) *Behandlung der Films.* Die verwandten Films waren Agfa-Planfilms von 3,9—4 cm Breite und etwa 48 cm Länge. Der Film war stets in schwarzes, lichtdichtes Papier eingeschlagen. Auf der Vorderseite war das mittlere 7—8 mm breite Drittel des Films nur von diesem Papier, das obere und untere Drittel waren mit Al-Blech von überall gleicher Dicke bedeckt, und zwar variierte bei den verschiedenen Aufnahmen je nach dem Durchdringungsvermögen der untersuchten Strahlen die Dicke des Absorptionsbleches von 0,1—0,815 mm. In den später aufgeführten Tabellen und Kurven ist die benutzte Al-Dicke stets angegeben.

Die Entwicklung der Films geschah unter gleichen Bedingungen. Je zwei Films wurden kurz gewässert und zusammen in eine große Schale, den Entwickler enthaltend, gebracht und 4 Minuten lang unter stetigem Hin- und Herbewegen der Entwicklungsschale behandelt. Die Temperatur des Entwicklers — Rodinal in einer Verdünnung von 1:15 mit Bromkalizusatz — schwankte zwischen 15—16°. Nach der Entwicklung wurden die Films wiederum kurz gewässert

und dem Fixierbad übergeben. Waren die Films gut ausgefixiert, meist nach 15 Minuten, so wurden sie 1 Stunde lang fließendem Wasser ausgesetzt.

d) *Messung der Schwärzungen.* Die Schwärzungen der zwischen planparallelen Glasplatten gedruckten Photogramme wurden mit Hilfe des Hartmannschen Mikrophotometers meist von 1 cm zu 1 cm ermittelt, und zwar wurde entlang den beiden äußeren Schwärzungstreifen, welche von durch Al-Blech gegangenen Strahlung herrührten, in 2 mm Abstand von den Grenzen gegen die mittleren Schwärzungstreifen und entsprechend im mittleren Schwärzungstreifen 2 mm von der oberen und unteren Grenze entfernt photometriert. Aus den Schwärzungswerten (je 2) der äußeren Streifen und den zwei des mittleren Streifens wurde das Mittel genommen. Jeder einzelne Schwärzungswert wurde aus mehreren Beobachtungen gewonnen.

Es wurden auch in der Mittellinie der Schwärzung des unbedeckt gewesenen Filmteiles Photometrierungen vorgenommen, um festzustellen, ob etwa die von dem inneren Rande der Al-Bleche kommenden Sekundärstrahlen in ihrer unmittelbaren Nähe die Schwärzung fehlerhaft beeinflusst hätten, in gleicher Weise in der Mittellinie der anderen Schwärzungstreifen. Doch wurde an mehreren Photogrammen eine solche fehlerhafte Randschwärzung nicht vorgefunden bzw. Variation der Schwärzung des bedeckt gewesenen Films nach dem Rande zu.

e) *Relative Lage vom Film, Kathodenstrahlen und Emissionszentrum.* Große Sorgfalt war auf die Ermittlung der Lage des Emissionszentrums der Röntgenstrahlen relativ zum Zentrum der Filmkrümmung zu legen, ferner auf die Zuordnung der einzelnen Stellen des Films zu den Emissions-Azimuthen der Röntgenstrahlen. Es wurde zu diesem Zwecke folgendes Verfahren eingeschlagen.

Nach Beendigung der photographischen Aufnahmen wurde die Antikathode mit einem Fernrohr kleiner Brennweite anvisiert und der Schnitt ihrer Rückseite mit dem Äquatorialkreis der Röhre durch zwei Marken auf der Glaswand bezeichnet. Um die Richtung der Kathodenstrahlen festzulegen, wurde die Röhre in Betrieb gesetzt und die Antikathode soweit gedreht, bis ihre Flächen parallel der Achse des Kathodenstrahlbündels waren, d. h. der Schatten der Schmalseite der Antikathode scharf auf der Wand der Glaskugel in dem Feld der

von den Kathodenstrahlen bewirkten grünen Glasfluoreszenz erschien. Die Mitte dieses Schlagschattenbildes von 3 mm Breite wurde auf der Glaswand durch eine Marke festgehalten; dann wurde der Mittelpunkt der Strombasis auf der Kathode, der durch einen dunklen Oxydationsfleck kenntlich war, vertikal von oben her anvisiert und der Schnitt der durch ihn gehenden Vertikalen auf der Wand des Kathodenrohres markiert. Sodann wurde die Kassette in ihre Stellung auf der Holzplatte gebracht und auf diese und das Kathodenrohr ein weißer Karton, welcher eine kreisförmige Öffnung, ein wenig größer als der Äquatorialschnitt der Röntgenröhre, besaß, aufgelegt und festgekittet. Mit Hilfe eines kleinen Senkels wurden dann die zuvor auf der Glaswand markierten Punkte übertragen.

Die dergestalt die Richtung der Kathodenstrahlen und die Ebene der Rückseite der Antikathode fixierenden Punkte und der äußere Umfang der Kassette wurden sorgfältig auf einen Zeichenbogen aufgezeichnet und die Punkte miteinander verbunden. Hierbei ergab sich, daß der Schnittpunkt der Achse des Kathodenstrahlbündels und der Ebene der Rückseite der Antikathode zusammenfiel mit dem Mittelpunkt der Glaskugel, und weil die Kassette überall gleichweit entfernt von der Glaskugel aufgestellt war, auch mit dem Mittelpunkt der Kassette und somit der Filmkrümmung. Die Auftreffstelle der Kathodenstrahlen auf der Antikathode, d. h. das Emissionszentrum der Röntgenstrahlen lag demnach um die Dicke der Antikathode, also um 2,6 mm vor dem Mittelpunkt der Filmkrümmung.

Um die Azimute für die auf den Photogrammen ausgemessenen Schwärzungen zu finden, wurde ein Transporteur so auf das zur Aufsuchung des Emissionszentrums dienende Zeichenblatt gebracht, daß sein Mittelpunkt mit dem Bild des Emissionszentrums der Röntgenstrahlen zusammenfiel, hierauf wurde die Peripherie des einen Halbkreises, für den auf dem Film die Schwärzungen bestimmt worden waren, in Millimeter und der den äußeren Halbumfang der Röntgenröhre andeutende Kreisbogen in 0,5 cm entsprechend den ausgemessenen Glaswanddicken (vgl. p. 98) eingeteilt.

Es zeigte sich bei der Aufsuchung der Azimutstellung der Platinantikathodenoberfläche auf dem Halbkreis, für den die Schwärzungen bestimmt worden waren, daß die Platinoberfläche das Azimut 49° hatte.

Die Kohleantikathode wurde für eine Reihe von Beobachtungen visuell in dieselbe Stellung wie die Platinantikathode gebracht. Die Vorderseite der Kohleantikathode wies ein Azimut von $48,7^\circ$ auf, also um sehr wenig nach kleineren Azimuten zur Stellung der Platinscheibe verschoben, was dadurch bestimmt werden konnte, daß auf je einer Aufnahme von Platin- und Kohlestrahlung sich das Schattenbild eines dünnen Platindrahtes befand, der, absichtlich senkrecht zur Äquatorialebene auf die Röhre gekittet und dessen Stellung auf der Glas- kugel durch eine Marke festgehalten, mit auf die Zeichnung übernommen worden war. Außerdem wurde bei einer Kohle- aufnahme das Azimut 0° , d. h. die Kathodenstrahlrichtung, durch einen Platinschatten gekennzeichnet. Aus den einzelnen Abständen der Platindrahtschatten und der Grenze der von den Röntgenstrahlen der Vorderfläche herrührenden Schwärzungen auf den Photogrammen konnte mit Hilfe der Zeichnung die Azimutstellung der Kohleantikathode hergeleitet und verglichen werden. In ähnlicher Weise wurde für spätere Beobachtungen, als der Kohleantikathode eine andere Stellung gegeben worden war, das Azimut dieser Stellung ermittelt, und zwar war es 37° .

f) *Fehlerquellen geometrischen Ursprungs.* Für den Vergleich der Röntgenstrahlenschwärzungen und somit indirekt der Röntgenstrahlintensitäten an verschiedenen Stellen des photographischen Films müssen in geometrischer Hinsicht folgende Forderungen erfüllt sein. Erstens muß das Emissionszentrum der Röntgenstrahlen mit dem Zentrum der Filmkrümmung zusammenfallen. Ist dies nicht der Fall, so sind in verschiedenen Azimuten die Entfernung der Filmstellen vom Emissionszentrum verschieden groß und deswegen auch die auf sie fallenden Intensitäten, selbst wenn die Emission vollkommen isotrop ist. Nun war diese Forderung in dem vorliegenden Falle zwar nicht genau, aber doch mit großer Annäherung erfüllt. Die beiden Zentren waren nämlich nur um 2,6 mm gegeneinander verschoben bei einem Radius der Filmkrümmung von 88 mm. Der dadurch in dem diskutierten Azimutfelde bedingte kleine Fehler war nicht größer als der unvermeidlich kleine Fehler, der daraus sich ergibt, daß das flächenhafte Emissionszentrum nicht genau punktförmig relativ zu seinem Abstand von dem Film ist. Der größte Durchmesser

der Emissionsfläche betrug nämlich ungefähr 4 mm. Wie leicht zu sehen ist, addieren sich die zwei hier erwähnten kleinen Fehlerbeträge nicht.

Durch das Auseinandertreten von Film- und Emissionszentrum wird noch ein weiterer Fehler bedingt. Ist nämlich die Röntgenröhre in der Äquatorialebene selbst genau kreisförmig, wie es hier wirklich der Fall war, und besitzt sie in dieser Ebene überall dieselbe Wanddicke, so ist der Weg in der Glaswand doch für verschiedene Emissionsazimute verschieden groß, wenn das Emissionszentrum nicht genau mit dem Zentrum des Äquatorialschnittes, also mit dem Zentrum des Films zusammenfällt. Infolge der Verschiedenheit der Wege in der Glaswand ist dann auch die Absorption in dieser und somit die Intensität auf verschiedenen Stellen des Azimuts verschieden groß, selbst wenn die Emission der Röntgenstrahlung vollkommen isotrop ist. In dem Falle der vorliegenden Untersuchung betrug indes selbst die größte Verlängerung des Weges in der Glaswand infolge jener Exzentrizität nur 3 Proz. und war gegenüber der bereits erwähnten Variation der Dicke der Glaswand mit dem Azimut zu vernachlässigen.

Endlich muß dafür gesorgt sein, daß die Röntgenstrahlen in verschiedenen Azimuten die Glaswand genau normal durchlaufen. Denn selbst wenn das Emissionszentrum der Röntgenstrahlen genau mit dem Schnittpunkte verschiedener Beobachtungsrichtungen (Krümmungszentrum des Films) zusammenfällt und selbst wenn mit peinlicher Gewissenhaftigkeit für gleiche Glasdicke in allen untersuchten Emissionsrichtungen gesorgt ist, so werden die Wege in Glas für verschiedene Azimute doch wieder verschieden groß, wenn die Glaswandstellen nicht alle genau in derselben Neigung durchlaufen werden. Soweit in der vorliegenden Untersuchung in dieser Hinsicht nicht durch das Auseinanderfallen des Emissionszentrums und des Krümmungszentrums der erwähnte kleine Fehler bedingt wurde, kam bei ihr die eben gekennzeichnete Fehlerquelle deswegen nicht in Betracht, weil der Äquatorialschnitt der Röntgenröhre genau kreisförmig und konzentrisch mit dem Film war.

In dieser Hinsicht ist indes, wie gleich hier erwähnt sei, ein dunkler Punkt in der erwähnten Untersuchung von W. Friedrich vorhanden. Dieser Autor hat nämlich an einer

käuflichen Röntgenröhre mit Hilfe einer optischen Methode erst die von den Röntgenstrahlen in verschiedenen Azimuten durchlaufenen Wege in der Glaswand bestimmt, dann hat er auf ausgewählte Stellen der Glaswand Glasplättchen von solcher Dicke befestigt, daß für alle Stellen die Summe aus Röntgenstrahlweg in der Glaswand und Dicke des Glasplättchens den gleichen Betrag hatte. Darauf hat er die Glasplättchen auf der Röhrenwand parallel dieser befestigt. Wenn er indes hierbei einen Fehler vermeiden wollte, so mußte er entweder zuvor festgestellt haben, daß die Röntgenstrahlen in verschiedenen Azimuten die Glaswand genau normal durchsetzten, oder wenn dies nicht der Fall war, so durfte er die Kompensationsplättchen nicht parallel der Glaswand, sondern normal zur Emissionsrichtung der Röntgenstrahlen befestigen. Friedrich erwähnt nichts über diesen wichtigen Punkt in seiner Abhandlung. Nun ist eine käufliche Röntgenröhre in der durch die Achse des Kathodenrohres gehenden Ebene in der Regel nicht kreisförmig. Es läßt darum die Arbeit von Friedrich Zweifel übrig, ob er wirklich die Variation der Wege der Röntgenstrahlen in der Glaswand mit dem Emissionsazimut kompensiert hat.

g) *Gang der Beobachtungen.* Während aller maßgebenden Untersuchungen war das Hauptaugenmerk auf das Konstanthalten der jeweiligen Elektrodenspannung an der Röntgenröhre gerichtet. Dies wurde durch Regulierung des Gasdruckes in der Röhre, von dem bekanntlich die Spannung abhängig ist, erreicht. Es wurde nämlich die Röntgenröhre nur so lange unter Strombelastung evakuiert, bis noch merkliche, aber geringe Mengen von Gas aus Antikathode und Glaswand abgegeben wurden, entgegen dem sonstigen Brauch, die Röhre so lange zu belasten und zu erwärmen, bis keine bemerkbare Gasabgabe mehr erfolgt. — Dies geschah, um leicht den Gasdruck und damit die Elektrodenspannung regulieren zu können. Während des Stromdurchganges wurde nämlich bei dieser Vorbehandlung der Röhre ebensoviel Gas entwickelt als durch Selbstevakuierung verschwand, so daß der Druck von selbst konstant blieb. Und zeigte sich auch nur eine geringe, am Elektrometer beobachtete Abnahme des Kathodenfalles bzw. Zunahme des Druckes in der Röhre, so wurde der zwischen Röhre und Pumpe gelegene Hahn von einem Hilfsarbeiter

nur einen Augenblick geöffnet, — ein Mittel, das genügte, den Druck und somit den Kathodenfall an der Röhre für die Zeitdauer der eigentlichen Beobachtung in einem Bereiche von 1 Proz. konstant zu halten.

Vor jeder Aufnahme wurde der Abstand der Kugeln in dem Funkenmikrometer soweit vergrößert, daß für die gewünschte Elektrodenspannung an der Röntgenröhre kein Funke im Mikrometer zu befürchten war; außerdem wurde die mit den Spitzen versehene Platte und die dieser gegenüberliegende des Regulators abgenommen, aus dem Grunde, weil diese bei den Vorversuchen infolge starker Ableitung von Elektrizität zu Störungen Anlaß gegeben hatten.

Für die Aufnahme wurde sodann der Druck in der Röntgenröhre reguliert, bis die gewünschte Spannung — beobachtet aus dem Ausschlag des Elektrometers — an der Röhre lag. War dies erreicht, so wurde die Influenzmaschine an dem Spitzenregulator kurz geschlossen, die mit Film beschickte im Nebenzimmer bereit gehaltene Kassette um die Glasröhre in der oben geschilderten Weise gelegt und die Exposition begonnen.

Die Belichtungsdauer schwankte je nach der Intensität der Strahlen zwischen einer halben Stunde bis wenigen Sekunden.

Während der Aufnahme wurde andauernd der Ausschlag am Elektrometer beobachtet, und die Elektrodenspannung an der Röntgenröhre, wie schon oben erwähnt, durch kurzes Öffnen des Hahnes zur Quecksilberluftpumpe, welche bei der Aufnahme stets im Betrieb blieb, auf gleicher Höhe gehalten.

Nach Beendigung der Aufnahme wurde das Elektrometer sogleich auf Ladung geprüft — wie dies auch bei langandauernden Belichtungen zwischendurch geschah —, sodann der Ausschlag des Elektrometers mit der Funkenlänge verglichen.

Ich schätze die Genauigkeit der an dem Elektrometer nach jeder photographischen Beobachtung mit Hilfe der Funkenstrecke ermittelten Elektrodenspannung an der Röntgenröhre relativ zu den Werten von Müller¹⁾ auf 3 Proz.

§ 6. Ionisierungsmethode.

a) *Prinzip.* Um den „photographischen“ Absorptionsindex der Röntgenstrahlen mit demjenigen verglichen zu

1) C. Müller, l. c.

können, welcher sich aus der Messung der von den Röntgenstrahlen bewirkten Gasionisierung ergibt, wurden auch noch Beobachtungen nach dieser Methode angestellt. Es wurde also die gesättigte Stromstärke in einer Gaszelle bestimmt einmal (i_1), wenn ein Al-Blech von bestimmter Dicke in den Strahlengang eingeschaltet war, und einmal (i_2), wenn diese absorbierende Schicht nicht vorhanden war. Die gesättigte Stromstärke ist ja proportional der Ionisierungsstärke, diese wieder proportional der Intensität (I) der Röntgenstrahlung. Es ist somit $I_1/I_2 = i_1/i_2$, und ist d die durchlaufene Schichtdicke, k der Absorptionsindex, e die Basis der natürlichen Logarithmen, so ist

$$K = \frac{\log I_2 - \log I_1}{d \log e} = \frac{\log i_2 - \log i_1}{d \log e}.$$

Da zum Nachweis der Variation des Absorptionsindex mit dem Emissionsazimut die photographische Methode ausreichte, so wurde bei der Ionisierungsmethode darauf verzichtet, den Absorptionsindex für ein schmales Feld von Emissionsazimuten zu bestimmen. Es wurde lediglich der mittlere Absorptionsindex der Röntgenstrahlen in dem Emissionsazimutfeld 56—147° ermittelt.

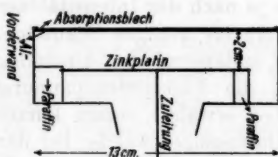


Fig. 6.

Die Vorderfläche der Kammer bestand aus 0,01 cm dickem Al-Blech, alles übrige aus 0,05 cm dickem Zinkblech. Am oberen und unteren Rande der Al-Vorderfläche waren Leisten zu dem Zwecke angebracht, Al-Absorptionsbleche von verschiedenen Dicken (0,01—0,0815 cm), welche seitlich über die Vorderfläche bei den Intensitätsmessungen geschoben

b) *Ionisierungskammer.* Die in der vorliegenden Untersuchung verwendete Ionisierungskammer hatte die Form eines Zylinderkondensators. Sie bestand nämlich aus konzentrischen Kreiszyylinderflächen von 91° Winkelöffnung und 13 cm Höhe. Die Kammer wurde vertikal und konzentrisch mit der Röntgenröhre aufgestellt, so daß sie das Emissionsazimutfeld von 56—147° füllte. Der Radius der Vorderfläche betrug 18,1 cm, derjenige der Hinterfläche 21,8 cm (vgl. Fig. 6).

werden sollten, zu halten und leicht und sicher in den Gang der Strahlen zu bringen.

Parallel und entsprechend zur Al-Vorderfläche gekrümmt, befand sich in 2 cm Abstand von dieser im Innern des Gehäuses eine 0,1 cm dicke Zinkplatte, welche vom Boden durch drei 1,8 cm hohe Paraffinklötzchen isoliert, oben an zwei an der Hinterfläche des Kastens befestigte Paraffinscheibchen angeklebt und von den Seitenwänden und der Decke 1,5 cm entfernt war.

Als Ionisierungsraum kam demnach der Luftraum zwischen der vorderen Al-Wand und der Zinkplatte in Betracht.

Diese Ionisierungskammer wurde so aufgestellt, daß ihre horizontale Mittellinie in die früher schon genannte Äquatorialebene der Röntgenröhre zu liegen kam, und die Emissionsstelle der Röntgenstrahlen mit dem Mittelpunkt der Krümmung der vorderen Kammerfläche zusammenfiel.

Um eine genau meßbare Stärke des Ionisierungsstromes zu erhalten, wurden die Abmessungen der Ionisierungskammer möglichst groß gewählt. Dabei konnte indes die Höhe nicht größer gewählt werden, ohne daß sich eine Fehlerquelle störend gemacht hätte. Es durchliefen nämlich nur die Röntgenstrahlen in der Äquatorialebene die vordere Elektrodenfläche, die Luftschicht und das absorbierende Aluminiumblech genau normal. Die übrigen durchliefen sie in schiefer Richtung. Ist also der Winkel eines Strahles mit der Äquatorialebene α , d die Dicke des absorbierenden Al-Blechtes, L diejenige der Luftschicht in der Ionisierungskammer, so ist der in dieser bzw. in jenem von dem Strahl durchlaufene Weg $L/\cos \alpha$, bzw. $d/\cos \alpha$. Der größte unter den gewählten Maßen vorkommende Winkel α betrug $19^\circ 30'$, der kleinste Wert von $\cos \alpha$ somit 0,94. War nun der von einem solchen Strahl durchlaufene Weg im Al-Blech gleich d statt $d/0,94$ so war in Wirklichkeit der damit gemachte Fehler noch kleiner als 6 Proz.; er wurde nämlich zum Teil dadurch kompensiert, daß derselbe Strahl in der Ionisierungskammer einen längeren Weg $L/\cos \alpha$ als ein Äquatorialstrahl zurücklegte und, nachdem er zwar im Verhältnis $1 : \cos \alpha$ in Al-Blech stärker absorbiert worden war, in der Luftschicht dafür in demselben Verhältnis mehr ionisierend wirken konnte als ein Strahl in der Äquatorialebene.

Somit trat die Wirkung der vorstehenden Fehlerquelle in einem zu vernachlässigenden Maße zurück.

c) *Schaltung zur Messung der Stärke des Ionisierungsstromes.* Das Gehäuse der Kammer war geerdet. Die innere isolierte Zinkplatte war durch eine längere kupferne Leitung mit dem positiven Pol einer Akkumulatorenbatterie von 90 Zellen verbunden. Der ziemlich dicke Zuleitungsdraht zu den Akkumulatoren war durch eine ziemlich weite, 2 m lange Glasröhre, welche außen vollständig mit geerdetem Stanniol zum Schutze gegen elektrostatische Störungen umwickelt war, gelegt und in ihrem Innern und Enden von Paraffinscheiben gestützt. Gleich hinter den Akkumulatoren waren durch kurze Kupferdrähte ein Graphitwiderstand von 500000 Ohm, dann eine Wippe hintereinander angeschlossen. Von ihrem einen Quecksilbernäpf ging eine weitere Zuleitung (1,50 m lang) — in gleicher Weise wie die Zuleitung zu den Akkumulatoren isoliert und von äußeren elektrischen Störungen geschützt — zu dem Galvanometer (von Siemens & Halske), dessen Spule einen Widerstand von 200 Ohm hatte. Zum Zwecke der Dämpfung wurde parallel zur Galvanometerspule ein Widerstand von 10200 Ohm geschaltet.

In dieser Anordnung war die Empfindlichkeit des Galvanometers $8,93 \cdot 10^{-9}$ Amp. für 1 mm Skalenteil bei 1 m Abstand. Der gewählte Skalenabstand betrug 2,7 m.

Die Akkumulatorenkästen, Graphitwiderstand, Wippe, Galvanometer und Dämpfungswiderstand standen zum Zwecke guter Isolierung von der Erde auf dicken Paraffinplatten. Auf gute metallische Verbindung zwischen den einzelnen Teilen dieser Ausführung war Bedacht genommen; wo eben möglich, waren die Metallteile angelötet oder in Quecksilbernäpfchen getaucht. — Vor den Akkumulatoren usw. war noch eine große geerdete Metallplatte gegen elektrische Störungen aufgerichtet. Der in der vorstehenden Darstellung erwähnte Schutz der Zuleitungen zu den einzelnen Instrumenten bzw. der Akkumulatoren usw. gegen äußere elektrische Einflüsse war vollständig ausreichend. Das Galvanometer blieb nämlich in Ruhe trotz starker Erregung der Influenzmaschine und bei Übergang von Funken in der Funkenstrecke, während der Kasten derselben geöffnet war; ebenso wenn vor das Ioni-

sierungsgehäuse ein Bleischirm von 3 mm Dicke gestellt und die Röntgenröhre unter hoher Spannung im Betrieb war.

d) *Gang der Beobachtungen.* Bei den Messungen des Ionisierungsstromes, des Maßes für die Strahlungsintensität, mußte dafür gesorgt werden, daß außer der Qualität (Absorbierbarkeit) der Röntgenstrahlen auch ihre Intensität konstant blieb. Die erste wird bedingt durch die Elektrodenspannung, die zweite durch die Stärke des Stromes durch die Röntgenröhre. — Es mußte diese deshalb beobachtet werden, besonders schon aus dem Grunde, weil mehrfach eine unregelmäßige Stromlieferung der Influenzmaschine bemerkt worden war. Dies geschah mit Hilfe eines Zeiger-Mikroampèremeters, das hinter der Anode der Röntgenröhre in der Leitung zur Erde lag. Das Amperemeter wurde von dem den Hahn an der Röntgenröhre bedienenden Hilfsarbeiter kontrolliert. Ein zweiter Hilfsarbeiter mußte noch zur Ablesung des Galvanometerauschlages herangezogen werden. Wie bei den photographischen Beobachtungen, so wurde auch bei dieser elektrischen Methode zur Intensitätsmessung die Spannung an der Röhre durch Regulierung des Druckes (kurzes Öffnen des Hahnes bei betriebener Gaedepumpe) auf der beabsichtigten Höhe gehalten. Hatte die Röhre die gewünschte Spannung, so wurde der Galvanometerausschlag abgelesen und zwar 4—5 mal in kurzen Zwischenpausen, nachdem die Spannung an der Röhre sich geändert hatte und wieder durch Regulierung des Druckes auf denselben Stand gebracht worden war. Aus den so erhaltenen Galvanometerausschlägen wurde das arithmetische Mittel genommen. Oftmals wurde der Nullpunkt des Galvanometers kontrolliert.

II. Beobachtungen.

§ 7. Vergleich der Intensitäten der Röntgenstrahlung von Platin und Kohle.

Wie aus zahlreichen Beobachtungen bereits bekannt ist, nimmt die Intensität der Röntgenstrahlung mit steigendem Atomgewicht der Antikathode zu. Es ist interessant, einmal für eine Reihe von Werten der Elektrodenspannung zwei Antikathoden von sehr verschiedenem Atomgewicht in dieser Hinsicht miteinander zu vergleichen.

Einen solchen Vergleich ermöglichen die Tab. 2 und Fig. 7. Als Maß der Intensität ist darin die Ionisierungsstromstärke in der benutzten Ionisierungszelle bzw. der ihr proportionale Ausschlag des Galvanometers angegeben.

Tabelle 2.

Röntgenstrahlung			
der Platinantikathode		der Kohleantikathode	
Elektroden- spannung	Galvanometer- ausschläge	Elektroden- spannung	Galvanometer- ausschläge
14380	2,1	21780	1,4
15080	3,6	23030	1,8
15840	5,8	23810	3,0
16540	8,5	25270	3,7
17300	11,0	26780	4,1
17740	14,0	28490	4,8
18750	19,4	29750	6,1
19750	23,3	31010	6,8
20500	27,2	32320	7,3
21350	33,7	33480	7,8
22060	37,4	35650	8,5
23070	51,0	38160	9,6
24780	62,5	40480	10,2
26840	77,0	42890	10,8
27990	86,0	45260	11,1
29490	99,0	49780	10,7
30990	109,2	—	—
32600	115,9	—	—
33900	121,5	—	—
35260	130,5	—	—
37010	162,0	—	—
39320	169,3	—	—
41980	179,5	—	—
44890	182,0	—	—
47800	182,8	—	—

Es braucht wohl kaum bemerkt zu werden, daß die so erhaltenen Intensitäten nicht für verschiedene Werte der Elektrodenspannung miteinander vergleichbar sind, da ja mit dieser sowohl der Absorptionsindex der Glaswand wie derjenige der Luft in der Ionisierungszelle variiert.

Wohl aber können die Intensitäten der zwei Antikathoden (J_{Pt} bzw. J_C) für dieselbe Elektrodenspannung miteinander verglichen werden. Wie aus der Fig. 7, Kurve J_{Pt}/J_C hervorgeht, ist das Verhältnis J_{Pt}/J_C sehr viel größer als 1 und variiert nur wenig mit der Elektrodenspannung. — Die Abweichung bei den niedrigen Spannungen ist wohl durch die

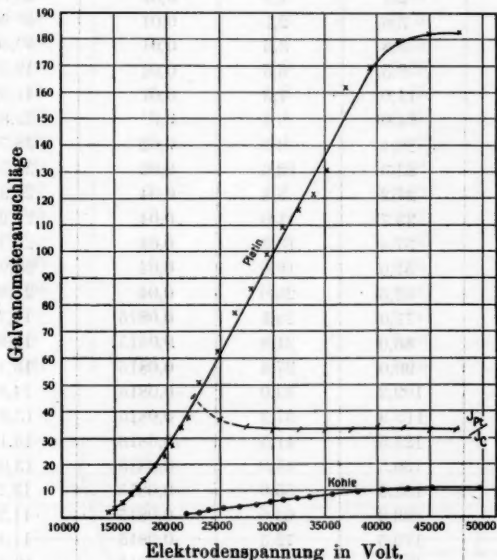


Fig. 7.

Unsicherheit der kleinen Galvanometerverschläge besonders bei Verwendung der Kohleantikathode bedingt.

§ 8. Der Absorptionsindex der Pt- und C-Strahlung in Abhängigkeit von der Elektrodenspannung.

Der Aluminium-Absorptionsindex der Röntgenstrahlung wurde nach der oben angegebenen Ionisierungsmethode sowohl für eine Platin- wie für eine Kohleantikathode bestimmt. Die erhaltenen Werte stellen Mittelwerte dar, sowohl was die Röntgenstrahlungen in verschiedenen Azimuten als auch, was die Strah-

Tabelle 3.
Pt-Strahlung.

Elektroden- spannung in Volt	Galvanometerauslässe		Dicke der Al- Absorptions- bleche in cm	Absorptions- index cm ⁻¹
	ohne absorb. Schirm	mit absorb. Schirm		
14380	2,1	1,2	0,01	55,96
15080	3,6	2,1	0,01	53,90
15840	5,8	3,5	0,01	50,50
16540	8,5	5,5	0,01	43,53
17300	11,0	7,3	0,01	41,00
17740	14,0	9,4	0,01	39,84
18750	19,4	9,3	0,02	36,76
19750	23,3	12,6	0,02	30,74
20500	27,2	8,4	0,04	29,38
21350	33,7	11,0	0,04	27,99
22060	37,4	13,2	0,04	26,04
23070	51,0	18,8	0,04	24,95
24780	62,5	26,0	0,04	21,93
26480	77,0	18,1	0,0815	17,77
27990	86,0	21,8	0,0815	16,84
29490	99,0	27,4	0,0815	15,76
30990	109,2	33,0	0,0815	14,86
32600	115,9	37,3	0,0815	13,91
33900	121,5	41,5	0,0815	13,18
35260	130,5	45,0	0,0815	13,06
37010	162,0	55,0	0,0815	13,25
39320	169,3	63,0	0,0815	11,95
41980	179,5	72,3	0,0815	11,16
44890	182,0	78,0	0,0815	10,4
47800	182,8	79,8	0,0815	10,17

lungen verschiedener Absorbierbarkeit in demselben Emissions-azimut betrifft. In Tab. 3, 4 und Fig. 8 sind die beobachteten Werte verzeichnet.

Wie aus diesen hervorgeht, ist für alle Elektrodenspannungen 15000 und 50000 Volt der Absorptionsindex der Pt-Strahlung merklich kleiner als derjenige der C-Strahlung. Bilden wir das Verhältnis der Absorptionsindizes von C- und Pt-Strahlung (K_C und K_{Pt}) für dieselbe Elektrodenspannung auf Grund der Interpolationskurven, wie es durch die Kurve K_C/K_{Pt} der Fig. 8 geschehen ist, so zeigt es sich, daß dieses

Tabelle 4.
C-Strahlung.

Elektroden- spannung in Volt	Galvanometerausschläge		Dicke der Al- Absorptions- bleche in cm	Absorptions- index cm^{-1}
	ohne absorb. Schirm	mit absorb. Schirm		
21780	1,4	1,0	0,01	33,65
23030	1,8	1,3	0,01	32,54
23810	3,0	2,2	0,01	31,02
25270	3,7	2,8	0,01	27,87
26780	4,1	3,2	0,01	24,78
28490	4,8	3,1	0,02	21,86
29750	6,1	4,1	0,02	19,87
31010	6,8	4,7	0,02	18,47
32320	7,3	5,1	0,02	17,93
33480	7,8	5,6	0,02	16,57
35650	8,5	6,2	0,02	15,79
38160	9,6	7,1	0,02	15,08
40480	10,2	5,6	0,04	14,99
42890	10,8	6,1	0,04	14,27
45260	11,1	6,4	0,04	13,77
49780	10,7	6,3	0,04	13,24

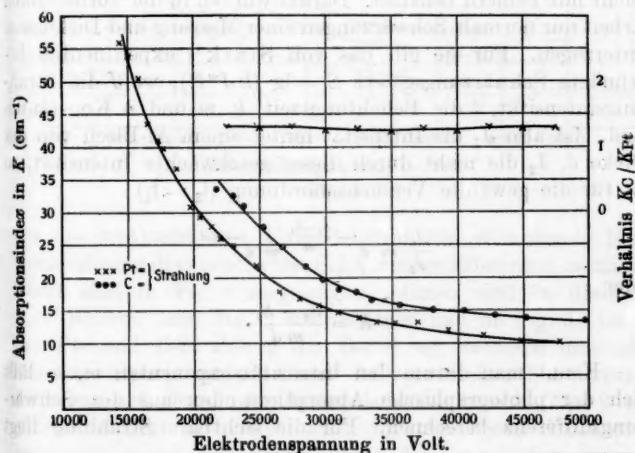


Fig. 8.

Verhältnis so wenig variiert, daß es für das Gebiet der beobachteten Elektroden Spannungen als konstant angesehen werden kann. Der Wert des Verhältnisses beträgt im Mittel 1,3.

Wie aus der Fig. 8 weiter ersichtlich ist, nimmt sowohl für die Pt- wie für die C-Strahlung der Absorptionsindex K mit wachsender Elektroden Spannung V im Intervall 15000 bis 25000 Volt sehr viel mehr ab als im Intervall 25000—50000 Volt. In dem letzten Intervall ist also die Änderung des Absorptionsindex sehr wenig empfindlich für eine Änderung der Elektroden Spannung.

§ 9. Beziehung zwischen dem elektrischen Absorptionsindex und der spezifischen Schwärzungsdifferenz.

Der nach der Ionisierungsmethode bestimmte Absorptionsindex der Röntgenstrahlung sei kurz der „elektrische“ genannt, „photographischer“ dagegen derjenige, welcher sich in folgender Weise aus der von der Röntgenstrahlung veranlaßten Entwicklungsschwärzung einer Bromsilbergelatineschicht berechnen läßt.

Bei schwachen Schwärzungen kann wohl die Strahlungsintensität in erster Annäherung proportional der Schwärzung gesetzt werden, doch ist die Messung schwacher Schwärzungen leicht mit Fehlern behaftet. Darum wurden in der vorliegenden Arbeit nur normale Schwärzungen einer Messung und Diskussion unterzogen. Für sie gilt das von Stark¹⁾ experimentell begründete Schwärzungsgesetz $S = \lg (k J^m t^n)$, wo J die Strahlungsintensität, t die Belichtungszeit, k , m und n Konstanten sind. Ist also J_1 die Intensität hinter einem Al-Blech von der Dicke d , I_2 die nicht durch dieses geschwächte Intensität, so ist für die gewählte Versuchsanordnung ($t_2 = t_1$)

$$\frac{J_1}{J_2} = e^{-\frac{S_2 - S_1}{m}} = e^{-Kd}$$

oder

$$K = \frac{S_2 - S_1}{m d}.$$

Kennt man darum den Intensitätsexponenten m , so läßt sich der photographische Absorptionsindex aus der Schwärzungsdifferenz berechnen. Für die sichtbare Strahlung liegt

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 35. p. 461. 1911.

der Wert von m zwischen 0,5 und 0,7. Von der Bestimmung desselben für die untersuchten Röntgenstrahlungen wurde deswegen abgesehen, weil lediglich ein graphischer Zusammenhang zwischen der Größe $S_2 - S_1/d$ („spezifische Schwärzungsdifferenz“) und dem elektrischen Absorptionsindex oder eine graphische Eichung der spezifischen Schwärzungsdifferenz auf den elektrischen Absorptionsindex gewonnen werden sollte. Dies wurde in folgender Weise erreicht.

An einer Reihe von Pt- und C-Photogrammen bei verschiedenen Werten der Elektrodenspannung (Tab. 5) wurden

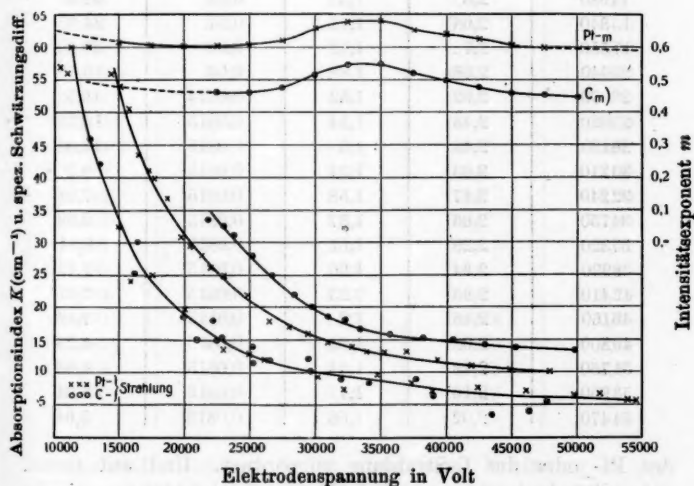


Fig. 9.

für die senkrecht zum Kathodenstrahlbündel stehende Emissionsrichtung die spezifischen Schwärzungsdifferenzen bestimmt. Diese sind in Fig. 8 eingetragen, ebenso sind in diese die k , V -Kurven aus Fig. 9 übernommen und in Fig. 10 ist für die Pt- und C-Strahlung die Beziehung zwischen dem elektrischen Absorptionsindex und der spezifischen Schwärzungsdifferenz auf Grund der Interpolationskurven in Fig. 9 graphisch dargestellt. Hier wird für eine jede Elektrodenspannung einem bestimmten Wert der spezifischen Schwärzungsdifferenz ein bestimmter elektrischer Absorptionsindex

Tabelle 5.
Pt-Strahlung.

Elektroden- spannung in Volt	S_2	S_1	Dicke der Al- Absorptions- bleche in cm	$\frac{S_2 - S_1}{d}$
10370	1,33	0,76	0,01	57,00
11060	1,52	0,96	0,01	56,00
11290	1,69	1,09	0,01	60,00
12730	2,44	1,84	0,01	60,00
14980	2,8	1,5	0,04	32,5
15840	2,68	1,72	0,04	24,00
17550	2,72	1,72	0,04	25,00
20040	2,68	1,89	0,04	10,75
23300	2,92	1,82	0,0815	13,5
25020	2,48	1,44	0,0815	12,76
26130	2,48	1,5	0,0815	12,02
30210	2,69	1,94	0,0815	9,2
32240	2,17	1,58	0,0815	7,24
34750	2,66	1,87	0,0815	9,69
37320	2,29	1,61	0,0815	8,34
38930	2,24	1,66	0,0815	7,12
42410	2,85	2,23	0,0815	7,61
46150	2,48	1,9	0,0815	7,12
49800	2,09	1,58	0,0815	6,26
51750	2,18	1,64	0,0815	6,62
53950	2,16	1,7	0,0815	5,64
54470	2,02	1,56	0,0815	5,64

der Pt- oder der C-Strahlung zugeordnet. Und auf Grund dieser Zuordnung ist es möglich, für eine beobachtete spezifische Schwärzungsdifferenz einen elektrischen Absorptionsindex aufzusuchen. So werden im folgenden die elektrischen Absorptionsindizes in verschiedenen Emissionsazimuten aus den für diese beobachteten spezifischen Schwärzungsdifferenzen ermittelt.

Bevor jedoch dies geschieht, sei auf folgende interessante Beziehungen hingewiesen. Die für die Pt-Strahlung erhaltenen $S_2 - S_1/d$, V-Punkte liegen auf derselben Kurve wie die für die C-Strahlung erhaltenen Werte. Während also die elektrischen Absorptionsindizes der zwei Strahlungen für dieselbe Elektroden-spannung erheblich voneinander verschieden sind, liefern sie dieselbe spezifische Schwärzungsdifferenz. Dieses zunächst

Tabelle 5.
C-Strahlung.

Elektroden- spannung in Volt	S_2	S_1	Dicke der Al- Absorptions- bleche in cm	$\frac{S_2 - S_1}{d}$
12860	1,79	1,33	0,01	46,00
13650	1,58	1,16	0,01	42,00
16200	2,03	1,02	0,04	25,25
16450	1,62	1,32	0,01	30,00
19930	1,89	1,15	0,04	18,5
20890	2,03	1,43	0,04	15,00
22170	2,34	1,62	0,04	18,00
22400	2,02	1,42	0,04	15,00
22810	2,08	1,46	0,04	15,5
25260	1,96	1,4	0,04	14,00
25300	1,79	1,33	0,04	11,5
26570	1,87	1,39	0,04	12,00
29540	1,91	1,43	0,04	12,00
29670	1,61	1,21	0,04	10,00
32010	1,9	1,19	0,0815	8,71
34000	1,57	1,24	0,04	8,25
37610	1,99	1,64	0,04	8,75
38990	1,58	1,07	0,0815	6,26
43480	1,04	0,76	0,0815	3,44
46320	1,03	0,7	0,0815	4,05
47730	1,35	0,91	0,0815	5,4

überraschende Resultat findet nicht seine Erklärung in der geringeren Empfindlichkeit der photographischen Methode, sondern in folgender Überlegung.

Wegen der selektiven Absorption der Röntgenstrahlung in Elementen von verschiedenem Atomgewicht werden aus einer inhomogenen Strahlung verschiedene Wellenlängen durch zwei verschiedene Elemente im allgemeinen in verschiedenem Verhältnis absorbiert. Der mittlere Absorptionsindex der inhomogenen Strahlung ist also für die zwei Elemente verschieden groß. Werden darum die zwei Elemente zur Intensitätsmessung benutzt, indem die Intensität der einfallenden inhomogenen Strahlung proportional dem absorbierten Betrag gesetzt wird, so ergeben sich für dieselbe primäre Strahlung

im allgemeinen verschiedene Intensitäten, indem die zur Intensitätsmessung verwandten Elemente auf verschiedene Wellenlängen verschieden ansprechen. In dem vorliegenden Falle dient zur Intensitätsmessung bei der elektrischen Methode die Absorption in den Elementen Stickstoff und Sauerstoff, bei der photographischen Methode die Absorption in den Elementen Brom und Silber im Bromsilberkorn. Nach Barkla¹⁾ weisen diese Elemente abweichend von jenen eine selektive Absorption in dem spektralen Gebiet der Strahlung einer

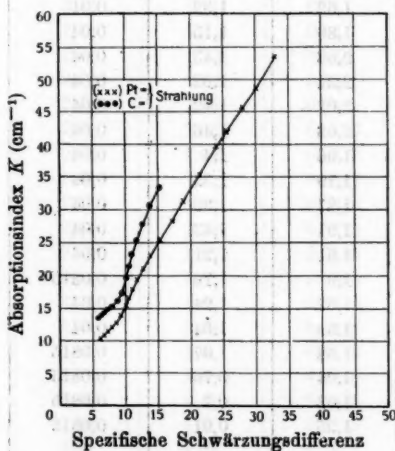


Fig. 10.

Röntgenröhre auf. Aus dem Zusammenfallen der S_2-S_1/d , V -Kurven für die Pt- und für die C-Strahlung ist demnach zu folgern, daß das Bromsilber abweichend von der Luft überwiegend nur auf dieselben Wellenlängen der zwei verschiedenen inhomogenen Strahlungen anspricht und darum für diesen denselben mittleren photographischen Absorptionsindex liefert.

Aus vorstehenden Verhältnissen ergibt sich ohne weiteres die Folgerung, daß der mittlere photographische Absorptionsindex im allgemeinen verschieden ist von dem mittleren elektrischen Absorptionsindex einer inhomogenen Röntgenstrahlung.

Bemerkenswert ist an der S_2-S_1/d , V -Kurve in Fig. 9

1) Ch. G. Barkla, l. c.

noch, daß sie im Gebiet 27500—38000 Volt nicht denselben regelmäßigen Verlauf, wie die K , V -Kurve aufweist, sondern zwischen zwei allerdings wenig ausgeprägten Wendepunkten etwas flacher als diese verläuft. Dies mag sich daraus erklären, daß in jenem Gebiet diejenigen Strahlungen, welche Br oder Ag oder beide selektiv absorbieren, einen großen Anteil an der Gesamtstrahlung besitzen, so daß infolge der selektiven Absorption die Variation von K kleiner als nach der elektrischen Methode sich ergibt.

Aus der Verbindung der K , V - und $S_2 - S_1/d$, V -Kurven kann endlich der Intensitätsexponent m im Schwärzungsgesetz für den Zweck der Berechnung von Intensitätsverhältnissen gefunden werden. Ist nämlich für einen bestimmten V -Wert der elektrische Absorptionsindex K , die spezifische Schwärzungsdifferenz $S_2 - S_1/d$, so ist der Intensitätsexponent $m = S_2 - S_1/d \cdot K$. Dieser Wert ist zwar nur angenähert der wahre Wert des Intensitätsexponenten für die Messung der photographisch wirksamen Intensität, indes erlaubte er eine spezifische Schwärzungsdifferenz in ein Intensitätsverhältnis nach der elektrischen Methode umzurechnen. Für diesen Zweck ist in Fig. 9 die m , V -Kurve für die Pt- und C-Strahlung eingetragen.

§ 10. Gesichtspunkte für den Vergleich der Emissionen in verschiedenen Azimuten.

Auf den ersten Blick mag es aussichtslos oder bedenklich erscheinen, die Emissionen in verschiedenen Azimuten miteinander vergleichen zu wollen, wenn wie bei der in der vorliegenden Arbeit benutzten Röntgenröhre die Dicken der Glaswand nicht für alle Azimute gleich groß sind. Bei genauerem Zusehen ergibt sich indes, daß ein derartiger Vergleich unter den gewählten Versuchsbedingungen gleichwohl im weitgehenden Maße möglich ist. Es war nämlich die hierfür wichtige Vorbedingung erfüllt, daß die verwandte Röhre in der untersuchten Äquatorialebene streng kreisförmig war und das Emissionszentrum nahezu mit dem Kugelmittelpunkt zusammenfiel. Außerdem war in dem Azimutfeld um die Emissionsrichtung 90° senkrecht zur Achse des Kathodenstrahlbündels die Dicke der Glaswand konstant. Dank diesem Umstande kann ohne jede weitere Korrektion festgestellt

werden, inwieweit die Emission in bezug auf die Ebene senkrecht zur Achse des Kathodenstrahlbündels dissymmetrisch ist. Durch Vergleich von Emissionsazimuten vor und hinter dieser Ebene kann diese Feststellung noch über jenes Azimutfeld konstanter Wanddicke ausgedehnt werden, indem die Emissionen in solchen Azimuten verglichen werden, für welche die Dicken der Glaswand gleich groß sind.

Außer dieser Diskussion, welche sowohl für die Pt- wie für die C-Strahlung an sich vorgenommen werden kann, können noch die Azimut-Verteilungskurven der zwei Strahlungen untereinander verglichen werden.

Was die bei der Diskussion zu berücksichtigenden Fehlerquellen betrifft, so wurden bereits oben die Fehlerquellen geometrischen Ursprungs mit dem Resultat dargelegt, daß ihr Einfluß auf die Resultate der vorliegenden Arbeit vernachlässigt werden kann. Es bleibt noch die Diskussion folgender Fehlerquellen übrig.

Die Glaswand der Röhre sendet infolge der Absorption primärer Röntgenstrahlen nach allen Richtungen sekundäre Strahlen aus. Diese Emission hat indes für ein jedes Emissionsazimut ihr Maximum in diesem selbst, da die dazu geeigneten sekundären Strahlen, die aus dem Innern der Glaswand kommen, auf ihrem längeren Wege in dieser eine größere Absorption erfahren. Nun ist die Intensität der sekundären Strahlen proportional derjenigen der primären. Infolge ihres Überwiegens in der Fortpflanzungsrichtung der primären Strahlen und infolge dieser Proportionalität kann darum die Verteilung der Intensität der primären Strahlen nicht in merkbarer Weise durch die sekundären Röntgenstrahlen der Glaswand beeinflusst werden.

Ernster ist der Einfluß der primären Röntgenstrahlen, welche von der Innenseite der Glaswand durch die auf sie treffenden Kathodenstrahlen zur Emission gebracht werden, die von der Antikathode reflektiert werden. Wäre diese Reflexion in der hinter der Ebene senkrecht zur Achse der primären Kathodenstrahlen (Azimut $\varphi < 90^\circ$) größer als vor dieser Ebene (Azimut $\varphi > 90^\circ$), so würde eine in bezug auf diese Ebene dissymmetrische Verteilung der Gesamtstrahlung resultieren, auch wenn die von der Antikathode kommende Röntgenstrahlung für alle Azimute dieselbe Intensität besäße.

In Wirklichkeit nimmt nach einer Untersuchung von W. Seitz¹⁾ die Reflexion der Kathodenstrahlen an einer gegen dessen Achse geneigten Platinantikathode von dem Azimut 140° nach kleineren Azimuten ab, bedingt also eine solche Verteilung der Röntgenstrahlung von seiten der Glaswand, daß für Azimute größer als 90° die Intensität größer ist als für kleinere Azimute. Wenn wir darum in Wirklichkeit eine Dissymmetrie im umgekehrten Sinne feststellen, so muß diese eine Eigenschaft der von der Antikathode kommenden Röntgenstrahlung sein, sie kann nicht durch die dissymmetrische Reflexion der Kathodenstrahlen vorgetäuscht sein, sie wird vielmehr durch diese verkleinert. In welchem Maße diese Verkleinerung erfolgt, kann leider nicht quantitativ ermittelt werden. Indes ist allein mit der Feststellung einer Dissymmetrie in der Emission von seiten einer Antikathode und dem Vergleich einer Pt- und einer C-Antikathode in dieser Hinsicht ein theoretisch wertvolles experimentelles Resultat gewonnen.

§ 11. Vergleich der Intensitäten der Pt- und C-Strahlung in verschiedenen Emissionsazimuten.

In den nachfolgenden Figuren (11, 12, 13) sind die direkt gemessenen Schwärzungen einer Reihe von Photogrammen längs derselben Schwärzungsskala eingetragen; nur sind die Nullpunkte für die verschiedenen Kurven verschieden gewählt, um diese bequem übereinander anordnen zu können. Um jederzeit auf die gemessenen Schwärzungen S_m einer jeden Kurve zurückgreifen zu können, ist einer jeden Kurve die Konstante k beigesetzt, welche die Schwärzungen (S) in der Figur nach der Formel $S_m = S \pm k$ in beobachtete Schwärzungen umzurechnen gestattet. — Indes ist die Lage des Nullpunktes der Schwärzungsskala einer jeden Kurve ohne Einfluß auf den Vergleich der Intensitäten verschiedener Azimute einer und derselben Kurve. Dieser Vergleich wird nämlich durch das Verhältnis der Intensität J_φ eines Azimutes mit einem anderen gegeben.

Gemäß dem oben angegebenen Schwärzungsgesetz ist nämlich

$$\frac{J_2}{J_1} = e^{\frac{S_2 - S_1}{m}}$$

1) W. Seitz, Ann. d. Phys. 6. p. 1. 1901.

und für Werte von $(S_2 - S_1)/m$, die beträchtlich kleiner sind als 1,

$$\frac{J_2}{J_1} = 1 + \frac{S_2 - S_1}{m} + \frac{1}{2} \left(\frac{S_2 - S_1}{m} \right)^2.$$

Um eine Änderung des Intensitätsverhältnisses durch eine verschiedene Absorption in der Wand auszuschließen, sind zwei Azimute gleicher Wanddicke miteinander zu vergleichen. Dies ist im folgenden für die Azimute 80° und 120° geschehen.

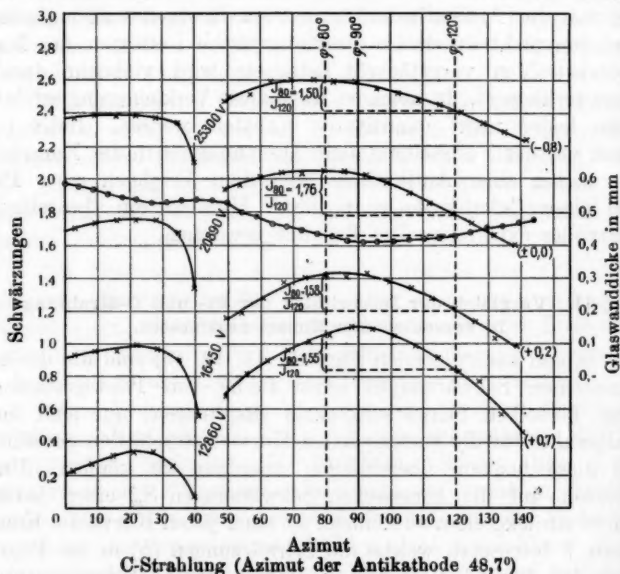


Fig. 11.

Die einer jeden Kurve in den Figg. 11, 12, 13 beigefügte Voltangabe gibt die Elektrodenspannung, für welche sie aufgenommen wurde.

Außerdem ist für eine jede Kurve das Intensitätsverhältnis J_{80}/J_{120} angegeben, das mit Hilfe des Intensitätsexponenten aus Fig. 9 nach der vorausgehenden Formel

$$\frac{J_{80}}{J_{120}} = 1 + \frac{S_{80} - S_{120}}{m} + \frac{1}{2} \left(\frac{S_{80} - S_{120}}{m} \right)^2$$

berechnet wurde; für kleine und sehr große Elektroden-

spannungen sind die m -Werte extrapolatorisch aus den Kurven entnommen.

Um endlich den Gang der Intensität mit demjenigen der Wanddicke d vergleichen zu können, ist in jede Figur die d, φ -Kurve ($\odot\odot\odot$) mit aufgenommen.

Die S, φ -Kurven der Pt-Strahlung in Fig. 12 setzen sich nicht in das Azimutfeld $0-50^\circ$ fort, da in dieses keine Strahlung

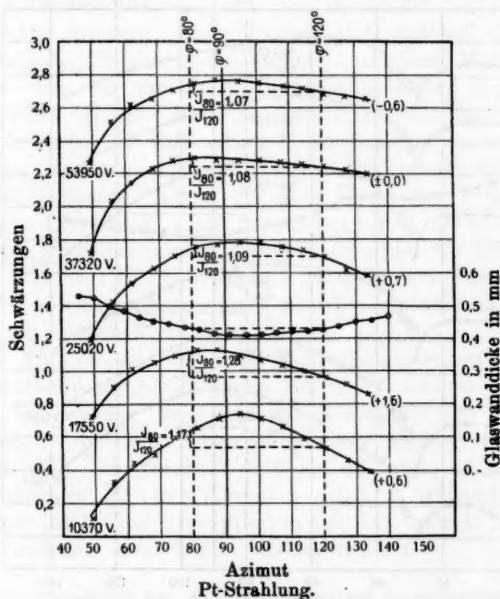
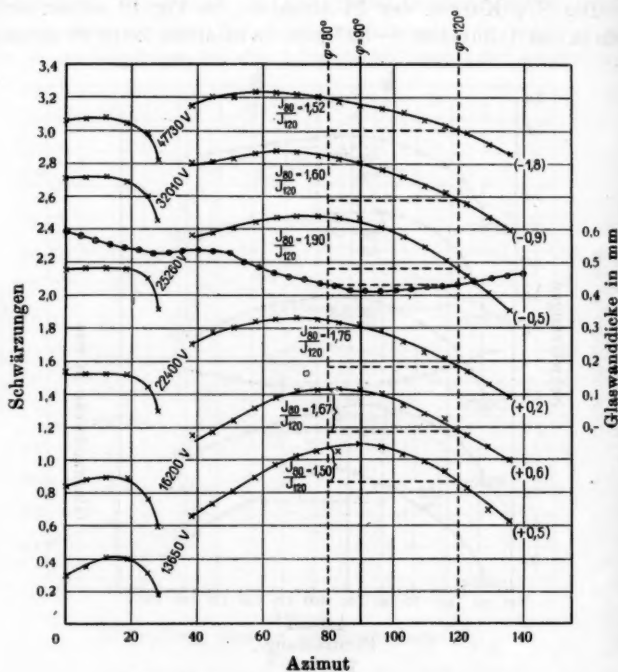


Fig. 12.

infolge der Absorption in der Pt-Antikathode gelangen kann. Die C-Strahlung dagegen erzeugt nach Fig. 13 auch im Azimutfeld $0-30^\circ$ eine Schwärzung, wenn diese hier auch durch die Absorption in der C-Antikathode geschwächt erscheint; das Fehlen der Schwärzung im Azimutfeld $30^\circ-40^\circ$ erklärt sich in diesem Falle aus der Schirmwirkung des die C-Antikathode haltenden Pt-Ringes. Die Neigung der Pt-Antikathode gegen die Richtung der Kathodenstrahlen betrug 49° , diejenige der C-Antikathode in Fig. 11 $48,7^\circ$, in Fig. 13 37° .

An den S, φ -Kurven für die Pt-Antikathode sowohl wie

für die C-Antikathode fällt auf, daß in dem Azimutfeld $70-50^\circ$ für Pt in Fig. 12, in dem Feld $60-40^\circ$ für C in Fig. 13 die Schwärzung mit abnehmendem Azimut rasch kleiner wird, obwohl die Dicke der Glaswand und somit die Absorption in dieser wenig oder gar nicht zunimmt. Diese Erscheinung



C-Strahlung (Azimut der Antikathode 37°).

Fig. 13.

erklärt sich offenbar aus der Absorption der schief austretenden Röntgenstrahlung in der Antikathode, wie bereits B. Walter¹⁾ eingehend dargelegt hat.

Wie die Figuren erkennen lassen, ist sowohl für ein Pt- wie für eine C-Antikathode die Azimutverteilung der Intensität der Röntgenstrahlung dissymmetrisch in bezug auf die

1) B. Walter, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. p. 11. 1907.

Ebene normal zu der Achse der Kathodenstrahlen. Es ist nämlich das Verhältnis J_{80}/J_{120} für die Pt- wie für die C-Strahlung größer als 1; für die C-Strahlung liegt sein Wert zwischen 1,50 und 1,90, für die Pt-Strahlung zwischen 1,07 und 1,28. Für beide Strahlungen scheint er mit wachsender Elektrodenspannung erst bis zu einem Maximum zu- und dann wieder etwas abzunehmen. Die große Dissymmetrie für die C-Strahlung steht in Übereinstimmung mit den Resultaten Starks¹⁾ für eine C-Antikathode. Nach Friedrich¹⁾ beträgt das Verhältnis J_{80}/J_{120} für eine Pt-Antikathode 1,08; dieser Wert stimmt nur mit dem für eine hohe Elektrodenspannung hier gefundenen Wert 1,07 gut überein. Friedrich hat die in seinen Beobachtungen gewählte Elektrodenspannung nicht genau gemessen, sondern nur mit einem Funkenmikrometer angenähert bestimmt. Da er für jene Werte des Verhältnisses $J_{80}/J_{120} = 1,08$ eine Elektrodenspannung von 50000 Volt angibt, so ist die Übereinstimmung zwischen dem hier für 58950 Volt gefundenen Wert 1,07 eine ziemlich gute. Für erheblich kleinere Werte der Elektrodenspannung hat Friedrich keine Beobachtungen mitgeteilt.

In Fig. 11 sind mehrere Beobachtungsreihen für eine C-Antikathode mitgeteilt, deren Ebene ein Azimut von $48,7^\circ$ besaß, bei welcher sich also die Absorption der Röntgenstrahlung in ihr selbst schon für kleinere Azimute bemerkbar machte. Wie ein Vergleich mit Fig. 13 lehrt, ist eine gute Übereinstimmung in den Werten von J_{80}/J_{120} vorhanden. Nur sind diese infolge der Absorption in der Antikathode im ersten Falle durchweg etwas kleiner als im zweiten.

§ 12. Vergleich der Absorptionsindizes in verschiedenen Emissionsazimuten.

Um die Absorptionsindizes in verschiedenen Azimuten miteinander vergleichen zu können, sind in der oben angegebenen Weise mit Hilfe der Fig. 10 die spezifischen Schwärzungsdifferenzen in elektrische Absorptionsindizes umgerechnet und die erhaltenen Werte in den Figg. 14, 15 graphisch dargestellt worden. Es ist aus diesen zunächst ersichtlich, daß der Absorptionsindex, wie es zu erwarten stand, empfindlich mit der Dicke der Glaswand variiert und zwar um so kleiner

1) J. Stark, l. c.; W. Friedrich, l. c.

erscheint, je größer die durchlaufene, absorbierende Schichtdicke ist, eine Erscheinung, welche bereits von Röntgen aufgefunden und in der bekannten Weise aus der Inhomogenität der Strahlung einer Antikathode erklärt worden ist.

Vergleichen wir die Absorptionsindizes für die Azimute 80° und 120° gleicher Glaswanddicke, so ergibt sich zwar für die kleinsten Elektrodenspannungen (22600 bzw. 25020 Volt) im Falle der C- und der Pt-Strahlung für 80° ein kleinerer Absorptionsindex als für 120° . Indes ist der Unterschied nur

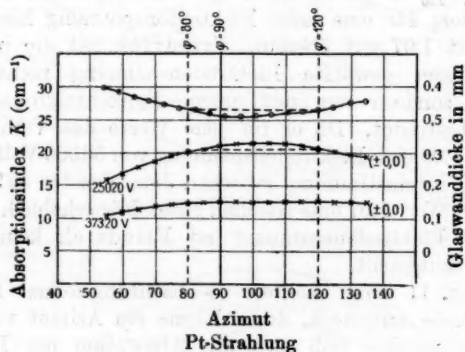


Fig. 14.

klein und für größere Elektrodenspannung ist ein Unterschied überhaupt nicht mehr mit Sicherheit festzustellen.

Stark hat einen viel größeren Unterschied der Absorptionsindizes auf photographischem Wege gefunden. Indes hat er mit kleineren Schwärzungen als ich gearbeitet, demgemäß nicht mit dem Gesetz für die Normalschwärzungen gerechnet und darum die Schwärzung angenähert proportional der Intensität gesetzt. Da Hrn. Prof. Stark dieses Verfahren leicht zu Fehlern Anlaß geben kann, so habe ich auf seinen Vorschlag das in der vorliegenden Untersuchung ausgearbeitete Verfahren angewandt. Im Einverständnis mit Hrn. Prof. Stark teile ich mit, daß nach seiner Ansicht sein früher erhaltenes Resultat über die Abhängigkeit des Absorptionsindex von dem Azimut durch das obige Resultat zu ersetzen ist.

Friedrich hat über die Absorption der Röntgenstrahlen in verschiedenen Emissionsazimuten durch eine 0,666 mm

dicke Glasplatte und eine 0,0025 mm dicke Platinfolie Beobachtungen mitgeteilt. Nun sind seine Angaben für das Azimut 55° zweifellos bereits durch die Absorption in der Pt-Antikathode beeinflusst; wahrscheinlich auch schon, obgleich viel weniger, die Angaben für 70° . Berechnet man durch Interpolation aus seinen Angaben für 133° , 103° und 70° die prozentische Absorption für 120° und 80° , so ergeben sich nach seinen zwei Tabellen die Werte 34,7 und 31,7 Proz.

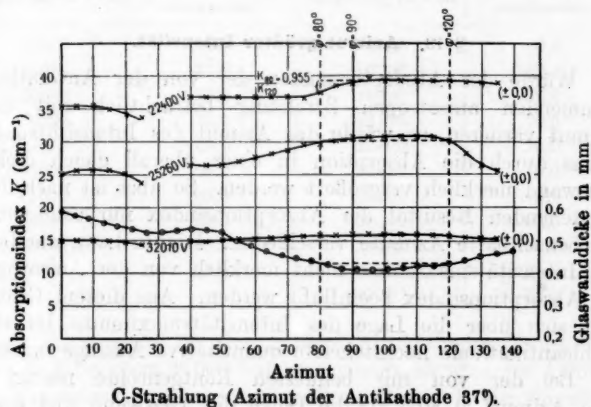


Fig. 15.

bzw. 28,85 und 27,0 Proz. Die sich hieraus ergebende Verschiedenheit der Absorptionsindizes ist zwar ebenfalls klein, aber doch noch merklich. Und zwar betrug hierbei die Elektrodenspannung 45000—46000 Volt. Für 32000 Volt habe ich indes eine Verschiedenheit der Absorptionsindizes in den zwei Azimuten nicht mehr mit Sicherheit feststellen können. Vielleicht erklärt sich diese kleine Differenz in den beiderseitigen Angaben daraus, daß für das zur Interpolation benutzte Azimut die Absorption der Röntgenstrahlung in der Pt-Antikathode die Strahlung bereits härter gemacht hat.

Wenn somit nur für eine Elektrodenspannung kleiner als 25000 Volt durch meine Beobachtungen sicher erwiesen ist, daß der Absorptionsindex für Azimute unter 90° ein wenig kleiner ist als für Azimute über 90° , so darf daraus nicht allein für Elektrodenspannungen unter 25000 Volt gefolgert werden, daß die Frequenz der wirksamen Strahlung für Azimute unter

90° größer ist als für Azimute über 90° . Das wird zweifellos auch für Elektrodenspannungen über 25000 Volt der Fall sein; nur ist hier die Messung des Absorptionsindex eine ungenaue Methode für den Nachweis des Unterschiedes der Frequenzen. Denn wie sich oben ergab, ändert sich oberhalb 25000 Volt der Absorptionsindex nur wenig mit der Elektrodenspannung und somit wahrscheinlich auch nur wenig mit der Frequenz der Röntgenstrahlung.

§ 13. Azimut größter Intensität.

Würde der Absorptionsindex der von der Antikathode kommenden anisotropen Strahlung beträchtlich mit dem Azimut variieren, so würde das Azimut des Intensitätsmaximums durch die Absorption in einer überall gleich dicken Glaswand merklich vergrößert werden. So aber ist nach dem vorstehenden Resultat der Absorptionsindex nur sehr wenig für benachbarte Azimute verschieden. Darum kann die Lage des Intensitätsmaximums nicht merklich von der Anisotropie des Absorptionsindex beeinflußt werden. Aus diesem Grunde läßt sich über die Lage des Intensitätsmaximums für eine Kohleantikathode nachstehende quantitative Aussage machen.

Bei der von mir benutzten Röntgenröhre nimmt in dem Azimutfeld $80-50^\circ$ die Dicke der Glaswand und somit die Absorption in dieser und ebenso die Absorption in der Antikathode in jenem Felde mit abnehmendem Azimut zu. Infolge dieser zunehmenden Absorption nimmt die Intensität der außerhalb der Röhre beobachteten Strahlung mit abnehmendem Azimut ab, obwohl sie ohne das Dazwischentreten jener zwei Absorptionen jedenfalls bis zu einem Maximum zunehmen würde. Ist also in dem Azimutfeld $80-50^\circ$ ein Intensitätsmaximum wirklich vorhanden, so muß das beobachtete „scheinbare“ Intensitätsmaximum immer bei einem erheblich größeren Azimut auftreten als jenes „wirkliche“ Intensitätsmaximum der durch die Absorption in ihrer Verteilung nicht gestörten Strahlung.

In Tab. 6 und Fig. 16 ist nun für die zwei Azimute (37° und $48,7^\circ$) der C-Antikathode das Azimut des scheinbaren Intensitäts- oder Schwärzungsmaximums als Funktion der Elektrodenspannung dargestellt. Wie man sieht, ist für beide Azimute der Antikathode die Abnahme des Azimuts

des Maximums zunächst proportional der Zunahme der Elektroden-
spannung, von etwa 25000 Volt ab ist indes die Abnahme

Tabelle 6.

C-Antikathode mit Azimutstellung 48,7°		C-Antikathode mit Azimutstellung 37°	
Elektroden- spannung in Volt	Azimut des Intensitäts- maximums	Elektroden- spannung in Volt	Azimut des Intensitäts- maximums
12860	90,0	13650	89,0
16450	87,0	16200	82,0
20890	77,5	19930	82,0
25300	73,0	22170	70,5
29670	69,0	22400	70,0
34000	66,0	22810	70,0
37610	65,0	25260	70,0
38990	69,0	26570	69,5
43480	66,5	29540	67,5
46320	72,5	32010	64,5
—	—	47730	58,0

langsamer, erreicht für das größere Antikathodenazimut den
Wert Null bei etwa 36000 Volt und von da ab wird das Azimut
des Maximums sogar wieder größer. Dieses letzte singuläre

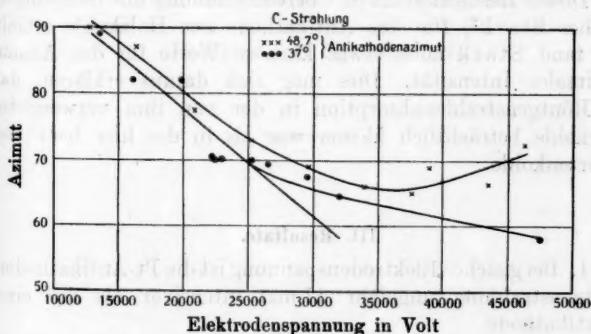


Fig. 16.

Verhalten sowie der Umstand, daß die Azimute maximaler
Intensität für das größere Antikathodenazimut größer sind
als diejenigen für das kleinere Antikathodenazimut, erklären

sich offenbar aus der Röntgenstrahlenabsorption in der Antikathode. Dies ist für das größere Antikathodenazimut größer als für das kleinere. Sie nimmt ferner zu, je tiefer die Kathodenstrahlen mit wachsender Geschwindigkeit, also mit wachsender Elektrodenspannung in die Antikathode eindringen. Die Zunahme dieser Absorption aber bedeutet Zurückdrängen des Intensitätsmaximums nach größeren Azimuten.

Für eine quantitative Diskussion müssen die Punkte der Kurve oberhalb der Elektrodenspannung 30000 Volt auscheiden. Und auch die Azimute für kleinere Werte der Elektrodenspannung sind nur obere Grenzwerte für die wirklichen Azimute maximaler Intensität. Eine lineare Extrapolation von dem Intervall 18000—25000 Volt nach 28000 Volt zur Elimination der Antikathodenabsorption liefert als scheinbares Azimut für diese Spannung den Wert $64,7^\circ$. Das wirkliche Azimut maximaler Intensität für 28000 Volt ist also kleiner als $64,7^\circ$. Nun ist nach der von A. Sommerfeld¹⁾ entwickelten Impulstheorie der Röntgenstrahlen (nach Fig. 4 der Abhandlung von Sommerfeld) das Azimut maximaler Intensität 66° für eine Kathodenstrahlgeschwindigkeit von $1 \cdot 10^{10}$ cm sec⁻¹ oder einen Kathodenfall von 28000 Volt, also größer als der hier experimentell gefundene obere Grenzwert dieses Azimuts.

Dieses Resultat steht in Übereinstimmung mit demjenigen, welches Stark²⁾ für eine Antikathode aus Holzkohle erhielt. Nur fand Stark noch etwas kleinere Werte für das Azimut maximaler Intensität. Dies mag sich daraus erklären, daß die Röntgenstrahlenabsorption in der von ihm verwendeten Holzkohle beträchtlich kleiner war als in der hier benutzten Retortenkohle.

III. Resultate.

1. Bei gleicher Elektrodenspannung ist die Pt-Antikathoden-Röntgenstrahlung ungefähr 17 mal intensiver als die einer C-Antikathode.

2. Sowohl die Pt- wie die C-Strahlung wird dissymmetrisch in bezug auf eine Ebene senkrecht zur Achse der erzeu-

1) A. Sommerfeld, Phys. Ztschr. 10. p. 969. 1909.

2) J. Stark, Phys. Ztschr. 10. p. 902. 1909; 11. p. 107. 1910.

genden Kathodenstrahlen emittiert. Das Intensitätsverhältnis J_{80}/J_{120} liegt bei 12000—50000 Volt Elektrodenspannung für eine C-Antikathode zwischen 1,50 und 1,90, für eine Platinantikathode zwischen 1,07 und 1,28.

3. Der elektrische Absorptionsindex der Röntgenstrahlung ist im allgemeinen verschieden von dem photographischen Absorptionsindex.

4. Der Al-Absorptionsindex der C-Strahlung ist für alle untersuchten Elektrodenspannungen größer als derjenige der Pt-Strahlung etwa im Verhältnis 1 : 0,77.

5. Im Intervall 12000—25000 Volt Elektrodenspannung ist der Absorptionsindex empfindlich mit dieser variabel, mit wachsender Elektrodenspannung wird er indes nur sehr langsam kleiner.

6. Für Elektrodenspannungen kleiner als 25000 Volt ist der Absorptionsindex etwas, aber nur wenig mit dem Azimut veränderlich. k_{80}/k_{120} beträgt für die C-Strahlung 0,955.

7. Für eine Elektrodenspannung von 28000 Volt ist das Azimut maximaler Intensität kleiner als 66° .

Die vorstehende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Königl. Technischen Hochschule in Aachen vom Herbst 1911 bis Sommersemester 1913 auf Anregung und unter Leitung von Hrn. Professor Dr. Stark ausgeführt.

(Eingegangen 26. September 1914.)

**5. Experimentelle Untersuchungen
über Braunsche Zerstäubungsgitter;
von A. Ungerer.**

(Straßburger Dissertation.)

Inhalt: I. Einleitung. — II. Vorversuche. — III. Messung der Phasenverschiebung bei Zerstäubungsgittern. — IV. Oxydation und Reduktion von Präparaten. — V. Behandlung mit Flußsäure. — VI. Zusammenstellung der Resultate.

I. Einleitung.

1. Kundt¹⁾ hatte im Jahre 1886 an Metallsiegeln, die durch Kathodenzerstäubung gewonnen wurden, eine Erscheinung beobachtet, die er als Doppelbrechung beschrieb und für welche er keine befriedigende Erklärung fand. Eine solche hat Prof. Braun²⁾ gegeben, indem er die von Kundt beobachtete Erscheinung als optisches Analogon zu dem Hertzschen Gitterversuch auffaßte. Man braucht nur anzunehmen, „daß die radial orientierten Metallteilchen, obschon sie nach Kundts Versuchen unter dem Mikroskop wie eine homogene Schicht erscheinen, sich dennoch wie Hertzsche Gitter verhalten.“

Nach dieser Auffassung mußte man erwarten, daß ohne Gegenwart des Analysators das Präparat im polarisierten Licht dunkler oder heller erscheint, je nachdem der elektrische Vektor radial oder tangential gerichtet ist.

Bei den vorhandenen nach Kundts Methode hergestellten Präparaten gelang es aber Prof. Braun nicht, zu einem positiven Ergebnis zu kommen. Übrigens war an diesen Präparaten auch die Kundtsche Erscheinung nicht mehr sicher nachweisbar. Einige weitere Versuche mit neu hergestellten Präparaten, sowie mit Siegeln, wie man sie durch Zerstäubung von galvanisch im Vakuum glühend gemachten Palladiumdrähten erhält, führten nicht zum Ziel.

1) A. Kundt, Wied. Ann. 27. p. 59. 1886.

2) F. Braun, Ann. d. Phys. 16. p. 1. 1905.

2. Dagegen fand Prof. Braun die von ihm gesuchte Erscheinung an Metallbeschlägen, wie man sie erhält, wenn man einen feinen Draht durch kräftige Kondensatorentladung zerstäubt. Solche Präparate zeigen das folgende Bild¹⁾:

„In der Achse, wo der Draht auflag, einen hellen Strich; das Glas scheint dort Veränderungen erlitten zu haben; rechts und links davon ein schmales Metallband; von diesem gehen, senkrecht zum Draht, feine, aber noch durchsichtige, sich allmählich verjüngende Metallstreifen (also in der Form sehr spitzer gleichschenkeliger Dreiecke) aus; endlich darüber hinaus sehr dünne, breite Metallstaubbeschläge.“

Prof. Braun fand nun, daß verschiedene Partien die gesuchte „Gitterwirkung“ in hohem Maße zeigen, so vor allem bei Platinzerstäubungen. Beobachtet man im durchgehenden polarisierten Licht, so erscheinen die Streifen des Präparates hell, wenn der elektrische Vektor senkrecht dazu liegt, und dunkel, wenn er parallel zu ihnen ist. Wie groß die Helligkeitsunterschiede sind, zeigen die von Prof. Braun der Arbeit beigelegten Photographien.²⁾ Die Gitterstriche verlaufen also senkrecht zur Achse des Präparates. Die Struktur ist submikroskopisch, denn auch mit den stärksten Vergrößerungen erscheint das Präparat homogen.

Prof. Braun hat die Gitterwirkung auch im reflektierten Licht nachgewiesen, indem er zeigte, daß die Schwingungen parallel zu den Stäbchen stärker reflektiert werden, als die senkrecht dazu liegenden. Schließlich hat Prof. Braun gezeigt, daß die parallel und senkrecht zu den Streifen durchgehenden Komponenten eine Phasenverschiebung aufweisen, was ebenfalls mit der Annahme einer submikroskopischen Gitterstruktur in Einklang steht.³⁾

3. Wenn auch durch die Versuche von Prof. Braun⁴⁾

1) F. Braun, Ann. d. Phys. 16. p. 7. 1905.

2) F. Braun, Ann. d. Phys. 16. Taf. I. 1905.

3) J. Koenigsberger (Phys. Zeitschr. 12. p. 637. 1911) wies nach, daß submikroskopische Gitter tatsächlich Polarisation des Lichtes hervorrufen. Er benutzte Schnitte durch den blauen Teil von Lippmannschen Farbenphotographien. Durch Neigung der Schnittebene gegen die Oberfläche erhielt er Gitter von beliebigen Gitterkonstanten. Bei Benutzung von rotgelbem Licht zeigten die feinsten, nicht mehr auflösbaren Gitter deutliche Gitterwirkung.

4) Vgl. außer Ann. d. Phys. 16. p. 1 auch p. 238.

mit großer Wahrscheinlichkeit nachgewiesen ist, daß es sich jedenfalls in der Hauptsache um Gitterstruktur handelt, so schien es ihm doch wünschenswert, die Erscheinungen weiter zu verfolgen und eventuell neue Stützen für seine Auffassung zu erhalten.

4. Im Folgenden sollen einige in dieser Richtung unternommene Versuche beschrieben werden, die ich auf Vorschlag von Prof. Braun angestellt habe. Das Resultat will ich gleich hier anführen: die unten beschriebenen Versuche lassen *keine andere Erklärung* zu, als daß es sich bei den Zerstäubungen um submikroskopische Gitterstruktur handelt.

II. Vorversuche.

5. Es galt zunächst, die Bedingungen ausfindig zu machen, unter denen die Präparate die „Gitterwirkung“, wie sie Prof. Braun (l. c.) beschrieben hat, am deutlichsten zeigen.

Als *Glasunterlagen* verwandte ich in allen Fällen abgewaschene photographische Platten, die sich als frei von Doppelbrechung erwiesen. Daraus wurden rechteckige Stücke von $6 \times 2\frac{1}{2}$ cm geschnitten. Spiegelglas erwies sich als unbrauchbar, wie ich vermute, weil es etwas hygroskopisch ist. Jedenfalls hafteten die feinen Metallbeschläge nicht gut darauf. Die Gläschen wurden durch Kochen in Chromsäurelösung gereinigt, gewaschen und sorgfältig getrocknet. Die Drähte wurden der Länge nach glatt darüber gespannt, um die vorher mit der Feile gebrochene Kante herumgebogen und ihre Enden auf der Rückseite der Platte mit Siegellack befestigt. Im übrigen war die Herstellungsart dieselbe, wie sie Prof. Braun angibt (Ann. d. Phys. **16**. p. 1 § 6).

6. Für die *optische Beobachtung* stand mir ein Zeissches Mikroskopstativ M_{III} mit großem Kreuztisch zur Verfügung. Verwandt wurde in allen Fällen *paralleles* Licht bei 50 bis 90facher Vergrößerung. Dies ist vor allem dann nötig, wenn es sich darum handelt, fein differenzierte Helligkeitsunterschiede zu bemerken. Als Lichtquelle diente eine Liliputbogenlampe mit vorgesetzter Mattglasscheibe. Mittels Objektmarkierer konnte ich die besten Stellen der Präparate mit kleinen Kreisen umgeben. Je nach der späteren Verwendung wurden sie dann offen oder unter Deckglas aufbewahrt.

7. Ich untersuchte *verschiedene Metalle*, so Silber, Kupfer, Gold, Platin, Platin-Iridium, Eisen, Nickel, Aluminium und Wolfram.

8. Die *Versuchsbedingungen* wurden einzeln variiert, und zwar zunächst die geeignetste *Drahtdicke* ausgesucht. Ich verwandte Haardrähte von Heraeus und Hartmann & Braun in Dicke von 0,08, 0,06, 0,04, 0,03, 0,02 mm.

Zur Zerstäubung diente eine *Batterie großer Leydener Flaschen*, die von einer Töplerschen Elektrisiermaschine mit 20 rotierenden Scheiben aufgeladen wurde. Es standen mir so Kapazitäten zwischen 10000 cm und 60000 cm beliebig zur Verfügung. Durch eine mikrometrisch verstellbare Funkenstrecke konnte außerdem die Entladungsenergie in weiten Grenzen variiert werden.

Mit Rücksicht auf die verschiedene „Abreißfähigkeit“ untersuchte ich den Einfluß verschiedenen *Elektrodenmaterials* auf die Güte der Zerstäubungen. Magnesium, Zink, Kupfer, Messing erwiesen sich als gleichwertig. Nur bei Verwendung von Quecksilberelektroden waren die Präparate sichtlich schlechter. Bei allen späteren Versuchen bestand die Funkenstrecke aus zwei 8 mm dicken, vorn ebenen Magnesiumzylindern.

In den Entladungskreis konnte *Ohmscher Widerstand* zur Dämpfung eingeschaltet werden. Ich benutzte für diesen Versuch ein mit gesättigter Kupfersulfatlösung gefülltes Glasrohr von 1 cm Durchmesser, in welchem sich zwei verschiebbare Plattenelektroden befanden. Man beobachtet, daß eine geringe Dämpfung (1—2 cm der Flüssigkeitssäule) das Aussehen der Präparate nicht verändert, dagegen werden sie dünner und weniger brauchbar, wenn man größeren Widerstand einschaltet.

Die *Entladungsdauer* konnte durch Einfügen von Selbstinduktion in den Entladungskreis geändert werden. Von einer großen Spule (Querschnitt 30×40 cm) mit 50 Windungen 2 mm dicken Kupferdrahtes konnten beliebig viel Windungen eingeschaltet werden. Die gesamte Selbstinduktion betrug etwa $4,5 \cdot 10^5$ cm. Wenige Windungen der Spule erwiesen sich als unwesentlich für das Aussehen der Präparate. Dagegen verschwanden die feinen Streifen mehr und mehr, je mehr Selbstinduktion der Kreis enthielt. Schließlich erhielt ich nur noch glatte Metallspiegel ohne besondere optische Eigenschaften.

Um den *Einfluß des Luftdruckes* zu untersuchen, ließ ich die Zerstäubung in einem Glasrohr vor sich gehen, das auf beliebigen Druck evakuiert werden konnte. Ich hoffte dabei, im Vakuum gleichmäßigere Präparate zu erhalten. Zunächst

zeigte sich, daß bis zu etwa 150 mm Druck das Aussehen der Präparate dasselbe war, wie unter gewöhnlichem Luftdruck. Bei höherem Vakuum war es nicht mehr möglich, alle Metalle zu zerstäuben. Die Präparate wurden dann zwar gleichmäßiger, aber dafür dünner, so daß die wesentlichen Erscheinungen undeutlich wurden.

Daher habe ich die Drähte später immer *offen* unter normalem Luftdruck zerstäubt.

Bedeckt man den Draht vor dem Zerstäuben mit einer zweiten Glasplatte, so bekommt man sehr schön gefärbte,

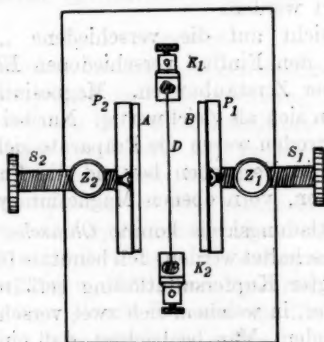


Fig. 1.

zackige Metallstreifen, bei denen die Gitterwirkung manchmal sehr ausgeprägt ist. Leider werden meist durch den hohen Gasdruck, der im Momente der Entladung entsteht, beide Platten zerstört. Es ist dann günstig, wenn man ein Glas von 2—2½ mm Dicke als Unterlage und ein dünneres zum Bedecken nimmt. Dann bleibt oft wenigstens eines von beiden erhalten.

Die Platten wurden weniger zerstört, wenn ich den Draht nicht direkt darauf spannte, sondern in geringer Entfernung frei zwischen denselben. Dazu diente der in Fig. 1 im Grundriß gezeichnete Apparat.

Auf einem Grundbrett aus isolierendem Material stehen 4,5 cm weit auseinander die beiden Messingstützen K_1 und K_2 , je 3 cm hoch, oben eben geschliffen und seitlich mit Klemmen versehen. Zwischen ihnen wurde der Draht D frei gespannt und seine Enden auf der Oberseite der Stützen mit etwas

Siegellack festgeklebt. P_1 und P_2 sind zwei Hartgummiplatten, an deren Innenseiten die beiden Glasplatten A und B mit Klebwachs befestigt wurden. Durch Drehen der Schrauben S_1 und S_2 konnte man die Platten parallel zueinander beliebig nahe an den Draht heranschieben. Im allgemeinen standen sie $\frac{1}{2}$ mm von demselben entfernt. Der Gasdruck genügte dann nicht mehr, sie zu zertrümmern.

9. Das Resultat dieser Versuche ist danach folgendes:

a) Am günstigsten ist es, wenn man die Drähte auf einer Glasplatte offen anbringt, wie es der ursprünglichen Anordnung von Prof. Braun entspricht, und sie dann frei zerstäubt.

b) Die verschiedenen Metalle brauchen entsprechend ihren verschiedenen Siedepunkten verschiedene Entladungsenergie.

c) Die besten Präparate liefert 0,04 mm dicker Platindraht bei einer Kapazität von 50000 cm und 7—10 mm Funkenlänge. Etwa gleichwertig sind unter denselben Bedingungen hergestellte Präparate aus Eisen und Nickel.

d) Für Silber, Kupfer und Gold sind folgende Maße die günstigsten: Drahtdicke 0,04 mm, Kapazität 20000 cm, Funkenlänge 6—8 mm. Aber die Gitterwirkung ist bei diesen Metallen auch dann noch weit geringer, als bei den oben erwähnten. Ich will gleich hier bemerken, daß unter gewissen Verhältnissen bei diesen Metallen andere Erscheinungen auftreten, die einer besonderen Untersuchung vorbehalten bleiben sollen.

e) Bei verhältnismäßig geringer Entladungsenergie, nämlich 10000 cm Kapazität und 5 mm Funkenlänge, liefert Aluminiumdraht von 0,04 mm Dicke ganz brauchbare Resultate.

f) Für Wolfram war selbst die größte zur Verfügung stehende Entladungsenergie nicht ausreichend, um brauchbare Präparate zu erzielen.

Die weiter unten beschriebenen Hauptversuche wurden nur mit den besten Platin-, Eisen- und Nickel- (in einigen Fällen auch Kupfer-) Präparaten ausgeführt.

III. Messung der Phasendifferenz bei Zerstäubungsgittern.

10. Die oben beschriebenen Zerstäubungsgitter zeigen zwischen gekreuzten Nikols starke Aufhellung des Gesichtsfeldes, welche hauptsächlich dadurch zustande kommt, daß eine Komponente des auffallenden Lichtes stärker durchgelassen

wird als die andere, was auf eine Drehung der Polarisations-ebene hinauskommt, die bis zu 36° betragen kann. Außerdem ist, wie schon Prof. Braun zeigte, eine nicht unbeträchtliche Phasenverschiebung der beiden in der Richtung der Streifen und senkrecht dazu liegenden Komponenten vorhanden. Prof. Braun fand, daß dieselbe erst deutlich in Erscheinung tritt, wenn man ein Gipsblättchen Rot I. Ordnung in den Strahlengang bringt. Bei 45° bzw. 135° Azimut der Präparatachse gegen die Polarisationsrichtung zeigen sich dann blaue und gelbe Interferenztöne. Aus der Stellung zu den Hauptachsen des Gipses ergibt sich¹⁾ zunächst als allgemeines Resultat:

Bei allen Präparaten und allen Metallen ist der in der Streifenrichtung schwingende Strahl gegen den senkrecht dazu liegenden beschleunigt.

Dieses Resultat ist qualitativ in Übereinstimmung mit der Theorie solcher Gitter, wie sie von A. Schaefer und H. Stallwitz²⁾ gegeben wurde, wenn man die Gitterkonstante sehr klein nimmt gegen die Wellenlänge des Lichtes.

11. Ich habe versucht, die Phasenverschiebung bei einigen Präparaten zu messen, und zwar an dichteren und dünneren Stellen. Wegen der zugleich vorhandenen Drehung der Polarisations-ebene verwandte ich zur Messung das Gipsblättchen Rot I. Ordnung. Die Methode war folgende:

Zur Kompensation diente ein Soleil-Babinet-Kompensator. Die ganze Messung geschah mit dem oben erwähnten Zeissmikroskop, an welchem 5 cm über dem großen Kreuztisch noch ein zweiter drehbarer Tisch angebracht war. Fig. 2 gibt einen Überblick über die Anordnung der Apparatur.

Auf dem großen Kreuztisch T_1 war, mit demselben drehbar, der Kompensator C angebracht. Auf dem Tisch T_2 befand sich das Präparat. In den beiden Tubusschlitten saßen oben der Analysator, unten das Gipsblättchen. Der Polarisator war drehbar. Das Okular war mit Irisblende versehen.

Über dem Okular war ein kleines rechtwinkeliges Glasprisma angebracht, welches seitlich in der aus Fig. 3 ersichtlichen Weise mit Rot I. Ordnung beleuchtet wurde (es be-

1) H. Rinne, Anleitung zu kristallographisch-optischen Untersuchungen p. 107. 1912.

2) H. Stallwitz, Breslauer Dissertation. 1913.

deuten N_1 und N_2 zwei Nikols, K eine \perp zur Achse geschnittene Quarzplatte). Man hatte dadurch zwei gleichgefärbte Gesichtsfelder dicht nebeneinander, wovon das eine zur *Kontrolle* diente.

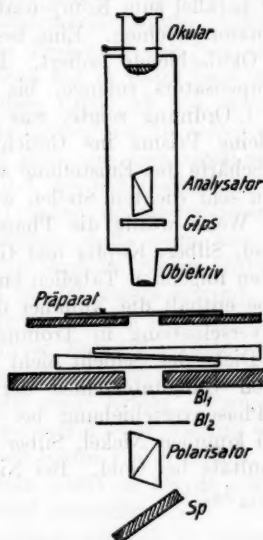


Fig. 2.

Der Gang der Messung war nun folgender:

Der Kompensator wurde mit Natriumlicht geeicht. Der Mittelwert aus 18 wenig differierenden Messungen ergab:

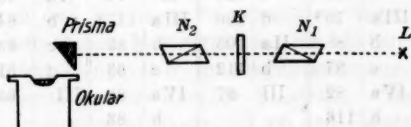


Fig. 3.

1 Trommelteil = $\lambda_{Na}/947$. Darauf wurde er auf dem großen Kreutzisch befestigt und zwischen gekreuzten Nikols auf Null eingestellt. Schob man nun das Gipsblättchen ein, so hatte man eine empfindliche Kontrolle der Nullstellung daran, daß

sich die Farbe nicht ändern durfte, wenn man den Kompensator drehte. Dieser wurde nun unter 45° zu den Nikol-Hauptebenen gestellt. Darauf wurde auf den oberen Tisch das Präparat gebracht und parallel zum Kompensator gedreht, so daß der blaue Interferenzton erschien. Eine besonders gute Stelle wurde mittels der Okularblende isoliert. Ich drehte nun die Trommel des Kompensators solange, bis die vorher blaue Stelle wieder Rot I. Ordnung zeigte, was der Vergleich mit dem durch das kleine Prisma ins Gesichtsfeld reflektierten Licht ergab. Die Schärfe der Einstellung war im allgemeinen gut, nur bei einigen sehr dichten Stellen war sie unsicher.

12. Auf diese Weise wurde die Phasenverschiebung bei Platin, Eisen, Nickel, Silber, Kupfer und Gold gemessen. Die Resultate sind in den folgenden Tabellen enthalten. Die erste Spalte jeder Gruppe enthält die Nummer des Präparates, die zweite die Phasenverschiebung in Trommelteilen des Kompensators. Da die Dicke der Schicht nicht bekannt ist, geben die Zahlen nur den Gangunterschied der beiden Strahlen. Offenbar ist die Phasenverschiebung bei Platin und Eisen am stärksten; dann kommen Nickel, Silber und Kupfer. Unsicher sind die Resultate bei Gold. Bei Nickel ist der Gangunterschied etwa $\frac{1}{10} \lambda_{Na}$.

Tabelle.

Nr.	Pt	Nr.	Ni	Nr.	Fe	Nr.	Ag	Nr.	Cu	Nr.	Au
Ia	112	I	91	Ia	107	Ia	69	Ia	42	I	40*
b	114	IIa	130	b	(183)?	b	75	b	63	II	50*
c	103	b	111	c	126	II	77	IIa	76		
IIa	115	IIIa	75°	d	126	IIIa	117*	b	64		
b	112	b	88	IIa	105	b	85	c	63		
IIIa	123	c	87	b	112	c	63	d	51		
b	103	IVa	82	III	87	IVa	88	III	65		
c	107	b	116			b	83				
d	134*	V	75°			Va	71				
e	109	VIa	79°			b	56°				
VIa	105	b	76°			c	75				
b	105					VI	73				
c	104					VII	78				
VIIa	106					VIII	72				
b	129										

* sehr unsicher
° dünne Partien

IV. Oxydation und Reduktion von Präparaten.

13. Die in diesem Abschnitt beschriebenen Versuche knüpfen an Beobachtungen von Prof. Braun¹⁾ an. Er fand, daß, wenn er Silberzerstäubungen chlorierte oder bromierte, die so erhaltenen Präparate ebenfalls schwache Gitterpolarisation zeigen. Man hat es dabei nach seiner Auffassung mit einem dielektrischen Gitter zu tun, welches analoge Erscheinungen wie Metallgitter, nur in schwächerem Maße, hervorgerufen muß. Da man aus dem erwähnten Verhalten darauf schließen kann, daß bei der Oxydation von Metallgittern die Anordnung der Teilchen im wesentlichen erhalten bleibt, so konnte man erwarten, daß, wenn man oxydierte Präparate reduziert, die ursprüngliche starke Gitterwirkung, wenigstens zum großen Teil, wieder zutage kommt.

Zu solcher Behandlung schied leider Platin von selbst aus, obwohl gerade dieses Metall die Gitterwirkung am auffallendsten von allen untersuchten zeigt. Dagegen versprachen Eisen, Nickel und Kupfer mehr Erfolg. Besonders die beiden ersten Metalle stehen, wie schon oben erwähnt wurde, in ihren Eigenschaften nicht weit hinter Platin zurück. Sie lassen sich dabei im Sauerstoffstrom leicht in Oxyde verwandeln, wozu Temperaturen von 350° ausreichen.

14. Die Oxydation geschah im elektrischen Ofen bei einer Temperatur von etwa 400°. Das Heizrohr war an beiden Enden durch Tonplatten verschließbar, in welche Röhren eingekittet waren zur Zu- bzw. Ableitung eines mäßigen Sauerstoffstromes. Das Gas wurde einer Bombe entnommen, vor dem Einleiten in den Ofen durch verschiedene Bäder gewaschen und dann getrocknet. Um Verzerrungen der Glasunterlagen der Präparate durch das Erhitzen zu vermeiden, lagen dieselben im Ofen auf einer ebenen Messingplatte. Sie blieben 1—2 Stunden bei konstanter Temperatur im Oxydationsraum, während ein mäßiger Sauerstoffstrom darüber hinstrich. Dann wurde der Heizstrom ausgeschaltet, doch ließ ich den Gasstrom andauern, bis der ganze Apparat sich auf Zimmertemperatur abgekühlt hatte.

15. Die oxydierten Präparate zeigen ein ganz verändertes Aussehen, die glänzenden Metallschichten sind verschwunden.

1) F. Braun, Phys. Zeitschr. 5. p. 199. 1903.

An deren Stelle ist bei Eisen rostrotes Eisenoxyd (Fe_2O_3), bei Nickel sehr durchlässiges gelbliches Nickeloxyd (NiO), bei Kupfer ebenso durchsichtiges Kupferoxyd (CuO) getreten. Die Untersuchung im Mikroskop diente als Kontrolle dafür, daß alles Metall in Oxyd verwandelt war.

Dagegen ist die makroskopische Struktur der Schicht noch unverändert zu erkennen. Die Beobachtung zwischen gekreuzten Nikols ergab bei Eisen und Nickel noch Spuren von Aufhellung, und zwar an Stellen, die vor der Oxydation besonders auffallende Gitterwirkung gezeigt hatten. Diese geringe Aufhellung blieb bestehen, selbst wenn ich die Präparate weitere 2 Stunden im Sauerstoff erhitze. Dies bestätigt die Beobachtung von Prof. Braun¹⁾ und steht im Einklang mit seiner Erklärungsweise.²⁾

Im einfachen polarisierten Licht konnte ich an diesen Stellen Helligkeitsunterschiede beim Drehen des Präparates nicht mehr nachweisen.

16. Nun wurden die oxydierten Präparate im Wasserstoff wieder zu Metall reduziert. Dammer³⁾ gibt als Reduktionstemperaturen an:

für Eisenoxyd 250—270°,
Nickeloxyd 270°,
Kupferoxyd 150—180°.

Wenn ich also auf 300—350° erhitze, so war ich sicher, die Reduktionstemperatur überschritten zu haben.

Die Tonröhre des elektrischen Ofens erwies sich als nicht dicht genug. Darum wurde ein anderer Ofen hergestellt aus einem 4 cm weiten, 50 cm langen Glasrohr. In der Mitte wurde eine Strecke von 20 cm mit Asbestpapier umwickelt; darauf kam eine Lage 1 mm starken Konstantandrahtes, der mit einer ebenso dicken Schnur zusammen aufgewunden wurde. Dadurch erhielten die einzelnen Drahtwindungen gleichen festen Abstand. Das ganze wurde gut mit Wasserglaslösung getränkt; nach dem Trocknen kam darüber, an beiden Seiten 2 cm überstehend, eine dicke Lage Asbest. Die Drahtenden wurden mit Klemmen versehen. Nach Fertigstellung wurde

1) F. Braun l. c. § 13.

2) Vgl. auch H. Stallwitz, Breslauer Dissertation. 1913.

3) O. Dammer, Handbuch der anorgan. Chemie. Stuttgart 1892.

der Ofen auf schwache Rotglut erhitzt, damit die Schnur im Innern verkohlte.

Der innere Heizraum war an beiden Seiten durch nicht dichtsitzende Asbestplatten verschlossen. Durch ein Loch in der einen ragte die Kugel eines Quecksilberthermometers. Das Glasrohr selbst war an beiden Enden mit Gummistopfen verschlossen, die Zu- und Ableitungsröhren für das Gas und die Führung des Thermometers enthielten.

Den Wasserstoff lieferte ein großer Kippscher Apparat. Das Gas wurde gewaschen und durch konzentrierte Schwefelsäure und Ätznatron getrocknet.

Die Präparate brachte ich einzeln in den inneren Heizraum des Ofens. Dann wurde der Wasserstoffstrom in Gang gesetzt. Konnte man das Gas am Austrittsrohr gefahrlos entzünden, so wurde der Heizstrom eingeschaltet. Ich erhielt die Temperatur 2 Stunden konstant und ließ dann im Gas abkühlen.

17. Die *reduzierten Präparate* verhielten sich verschieden. Am unsichersten war Kupfer, das vom Wasserstoff so körnig ausgeschieden wurde, daß jede feinere Struktur zerstört war. Bei Eisen war das Resultat insofern unbefriedigend, als sich das reduzierte Metall nach dem Öffnen des Ofens zum Teil wieder oxydierte, jedenfalls langsam veränderte. Nickel dagegen erwies sich als unveränderlich. Die reduzierten Schichten haben ihren schönen Metallglanz wieder erhalten; auch die makroskopische Struktur ist wieder unverändert vorhanden. Das Resultat der Untersuchung im polarisierten Licht ist folgendes: *Auch die Gitterwirkung ist, wenigstens bei Nickel, fast ungeschwächt wieder vorhanden.* Bei Eisen ist sie zwar deutlich, aber ziemlich viel schwächer, als im ursprünglichen Zustand.

18. Der hier beschriebene Versuch bestätigt in hohem Maße die Auffassung, daß die optischen Eigenschaften von Metallzerstäubungen auf einer submikroskopischen Gitterstruktur beruhen.

Jedenfalls wird durch ihn eine andere Erklärung, welche H. Ambronn¹⁾ auf Grund eigener Versuche²⁾ für die Braun-

1) H. Ambronn, Phys. Zeitschr. 8. p. 665. 1905.

2) H. Ambronn, l. c. und Zeitschr. f. Mikroskopie u. mikrosk. Technik 22. p. 349. 1905.

sche Beobachtung gegeben hatte, zum mindesten sehr unwahrscheinlich. Danach sollte die Erscheinung nicht durch Gitterwirkung zustande kommen, sondern dadurch, daß die einzelnen Teilchen der sonst nur im regulären Kristallsystem vorkommenden Metalle schon an sich anisotrop sind und beim Zerstäuben nur in bestimmter Weise orientiert werden.

V. Behandlung mit Flußsäure.

19. Die jetzt zu beschreibenden Versuche sind aus folgender Überlegung hervorgegangen: Liegt tatsächlich ein Metallgitter vor, so hat man auf der Glasunterlage abwechselnd Metallstreifen und von Metall freie oder doch schwächer belegte Partien. Es entsteht dann die Frage, ob es nicht möglich ist, durch Ätzung mit Flußsäure die submikroskopische Gitterstruktur auf das Glas zu übertragen, so daß ein Abdruck des Gitters auch nach dem Ablösen der Metallschicht auf der Platte zurückbleibt. Ein solcher könnte dann nach geeigneter Behandlung wieder Gitterpolarisation zeigen.

20. Der Versuch wurde zunächst in folgender Weise ausgeführt:

In einen rechteckigen Bleitrog von $7 \times 3 \times 2$ cm Größe wurden 20 ccm destillierten Wassers gegossen; dazu kommen 1—2 Tropfen käuflicher Flußsäurelösung. In dieses Bad legte ich ein gutes, frisch hergestelltes Platinpräparat mit der Metallseite nach oben.

Nach einiger Zeit konnte ich beobachten, daß das Präparat seinen Glanz verlor. *Die Metallschicht hat sich vom Glas gelöst.* Man sieht auch wohl, daß die äußersten, sehr dünnen Partien bei geringen Erschütterungen abreißen und frei in der Flüssigkeit schwimmen. Es zeigt sich dabei, daß die Metallschicht mit Vorliebe *in der Streifenrichtung reißt*. Jedenfalls ist das Präparat in diesem Zustand äußerst empfindlich. Es lag nun nahe, zunächst die dünne, sich loslösende Metallhaut weiter zu untersuchen. Deshalb wurde die Säure vorsichtig durch destilliertes Wasser und dieses durch Alkohol verdrängt. Dann erst war es möglich, die Metallschicht mit der Platte fast unversehrt aus dem Trog zu heben. Es wurde nun eine zweite Platte darauf gelegt und diese Doppelplatte, die ursprüngliche jetzt nach oben, wieder in Alkohol getaucht. Hob man nun in der Flüssigkeit langsam die obere Platte ab, so blieben

auf der unteren größere Stücke der Metallschicht liegen und konnten mit ihr aus der Flüssigkeit genommen werden. Dies alles sind höchst empfindliche Operationen, gelingen aber bei einiger Übung leicht.

21. Die *übertragenen Stücke* der Metallschicht brachte ich nach dem Verdunsten des Alkohols unter das Mikroskop. Sie zeigen ihre grobe Struktur, abgesehen von einigen Rissen, unverändert. Aber auch die *optischen Eigenschaften sind unverändert* erhalten geblieben, wie die Untersuchung im polarisierten Licht ergibt. Selbst wenn unter die dünne Metallschicht Fremdkörper geraten sind, so daß sich Falten und Rippen bilden, sind die Erscheinungen gut zu beobachten.

Ich besitze ein Präparat, bei welchem sich ein schmaler Streifen solcher empfindlichen Metallschicht so über zwei andere gelegt hat, daß sich die Gitterstäbe nahezu senkrecht schneiden. Wie zu erwarten, bekommt man hier zwischen gekreuzten Nikols Aufhellung nur in den überstehenden Enden der Streifen, während die Mitte, wo sie sich überdecken, in allen Stellungen dunkel bleibt.

Liegen dagegen die Metallschichten mit nahezu paralleler Streifenrichtung übereinander, so ist die Aufhellung, wie eine Reihe anderer Präparate zeigen, infolge nicht genau gleicher Orientierung der Gitterstäbe zwar schwächer als bei der einfachen Schicht, aber noch recht kräftig.

Ich betrachte diesen Versuch als einen Beweis dafür, daß die „Gitterwirkung“ der Zerstäubungen jedenfalls nicht durch Spannungen hervorgerufen wird¹⁾, denn diese müßten sich ausgleichen, wenn man die sehr dünne Metallhaut vom Glas löst und auf ein anderes überträgt, wie es oben beschrieben wurde.

22. Nach dem in § 19 skizzierten Gedankengang sollte nun im folgenden geprüft werden, ob durch die Behandlung mit Flußsäure eine etwa vorhandene *Gitterstruktur auf das Glas übertragen* worden war. Das Resultat der ersten Versuche war aber ergebnislos. Die sorgfältig gereinigten Glasplatten zeigten keinerlei Besonderheiten. Vielleicht waren die sehr feinen zuerst entstehenden Rillen von der allzu schnell arbeitenden Säure weggeätzt worden.

Eine vorsichtiger Behandlung der Präparate mochte eher

1) Vgl. F. Kaempff, Ann. d. Phys. 16. p. 308. 1905; doch auch H. Rumpelt, Ann. d. Phys. 28. p. 629—633. 1909.

zum Ziele führen. Ich legte das Präparat nicht direkt in die Lösung, sondern mit der Schichtseite derselben zugekehrt in geringer Entfernung darüber. Es war so den schwachen Dämpfen der noch auf das Doppelte verdünnten Säure ausgesetzt. Ich beobachtete unterdessen die stark reflektierende Unterseite des Metallspiegels. Sobald sich eine Spur Trübung zeigte, nahm ich das Präparat fort und behandelte es mit Königswasser zum Lösen des Metalles, dann wurde das Glas mehrmals gewaschen und sorgfältig getrocknet. Auch diese Platten verhalten sich wie vollkommen homogene.

Dagegen erhielt ich das gewünschte Resultat, als ich die Platte *wieder mit Metall überzog*. Ich verfuhr dazu folgendermaßen:

Ein möglichst gutes Platinpräparat wurde in der oben geschilderten Weise den Dämpfen der Flußsäure ausgesetzt und durch Königswasser von Metall befreit. Darauf wurde die Platte gereinigt und an der Seite, wo sich das Platin befunden hatte, schwach versilbert. Als Versilberungsflüssigkeit diente amoniakalische Silberoxydlösung und zur Reduktion 1 proz. Formaldehydlösung. An so behandelten Platten beobachtet man folgendes: Der Silberspiegel gibt *dieselbe grobe Zeichnung* wieder, die das ursprüngliche Präparat besessen hatte; aber außerdem zeigen einige Stellen, und das betrachte ich als das wesentliche Resultat dieses Versuches, zwischen gekreuzten Nikols *deutliche Aufhellung* und sogar, wenn auch schwach, *deutliche Gitterwirkung*. Diese hat denselben Charakter, wie ihn die durch Zerstäuben hergestellten Silberpräparate aufweisen.

23. Der Versuch ist nicht ganz leicht und gelingt nicht immer auf den ersten Schlag. Oft muß man das Silber erst mehrere Male wieder ablösen, ehe man einen brauchbaren Spiegel erhält. Ich will daher noch einmal die Punkte zusammenstellen, die mir für das Gelingen wesentlich scheinen.

Vor allem das Behandeln mit den Flußsäuredämpfen muß sehr vorsichtig geschehen. Das Präparat muß ganz trocken sein, sonst scheint die sehr hygroskopische Säure mehr zu zerstören, als beabsichtigt ist. Die Trübung des Metallbelages ist deutlich und tritt spontan auf, das Präparat ist dann sofort zu entfernen. Ein Merkmal, ob man den richtigen Einwirkungsgrad der Säure abgepaßt hat, sehe ich darin, daß

beim Abwaschen des Präparates mit destilliertem Wasser sich nur wenige Metallpartien vom Glas lösen.

Der Grad der Versilberung scheint weniger wesentlich zu sein, nur muß der Spiegel noch gut durchsichtig sein. Unter Berücksichtigung dieser Angaben wird man leicht brauchbare Präparate erhalten. Man beachte aber, daß für alle diese Beobachtungen paralleles Licht günstiger ist als konvergentes.

Ich möchte hier noch erwähnen, daß es mir nicht gelang, mit Fluorwasserstoffgas brauchbare Präparate zu erhalten. Dasselbe wirkt offenbar zu grob, denn es gelingt vorzüglich, die ganze grobe Struktur der Metallschicht auf das Glas zu übertragen, aber die feineren Details kommen beim Versilbern nicht mehr zutage.

Um zu entscheiden, ob für das oben beschriebene Resultat die Behandlung mit Flußsäuredämpfen wirklich wesentlich ist oder ob schon das Platin allein einen Eindruck im Glas hinterläßt, habe ich auch von frisch hergestellten Präparaten die Metallschicht direkt weggelöst, ohne die Platte vorher mit Flußsäure zu behandeln. Nach dem Versilbern zeigen sich nur Andeutungen der Gitterwirkung, selbst die makroskopische Struktur fehlt.

VI. Zusammenstellung der Resultate.

Ich will die Resultate der Arbeit noch einmal kurz zusammenfassen.

1. Es wurden die günstigsten Bedingungen für die Herstellung der Braunschen Metallzerstäubungen aufgesucht.

2. Es wurde die Phasendifferenz der beiden Komponenten an einer Anzahl verschiedenartiger Präparate gemessen und gefunden, daß bei allen die parallel zu den Gitterstrichen schwingende Komponente gegen die andere beschleunigt ist, wie es die Gittertheorie verlangt.

3. Verschiedene Präparate wurden im Sauerstoff oxydiert und dann in Wasserstoff wieder reduziert. Es wurde gefunden, daß die Gitterwirkung, welche bei oxydierten Präparaten fast verschwunden ist, nach der Reduktion je nach dem Metall mehr oder weniger ausgesprochen wieder zum Vorschein kommt; besonders gute Präparate liefert Nickel, bei welchem die Gitterwirkung fast die ursprüngliche Stärke wieder erreicht.

4. Es wurde gezeigt, daß der Metallbeschlag sich durch verdünnte Flußsäure vom Glas lösen läßt. Die abgelösten Partien zeigen die Gitterwirkung unverändert.

5. Durch Behandlung mit Flußsäuredämpfen läßt sich ein Abdruck des Gitters auf die Glasplatte übertragen: die Metallschicht so behandelter Präparate wurde vollständig entfernt und darauf die Glasplatte schwach versilbert. Der Silber Spiegel zeigt deutliche Gitterwirkung.

6. Durch alle beschriebenen Versuche wird der Schluß von Prof. Braun bestätigt, daß die optischen Erscheinungen an Metallzerstäubungen keine andere Erklärung zulassen, als daß es sich hier um ein optisches Analogon zum Hertzschen Gitterversuch handelt.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden im Physikalischen Institut der Universität Straßburg ausgeführt; die Anregung dazu gab mir Prof. Dr. Braun.

Ich möchte ihm und Hrn. Prof. Dr. Mandelstam hier meinen wärmsten Dank aussprechen für das rege Interesse, welches sie dem Fortgang der Arbeit entgegenbrachten, und für zahlreiche wichtige Anregungen.

(Eingegangen 27. Oktober 1914.)

Arti
wün
eine
Spel
weni
ist.
„Na
phyl
mit
weni
Absc
Banc
 $\lambda =$
seine

rot
kann
durc
Äthe
sich
löst,
weite
noch
jense

View

J. Spr

6. Über das
Absorptionsspektrum des Chlorophylls. II;
 von D. van Gulik.

Vor einiger Zeit habe ich in diesen Annalen¹⁾ in einem Artikel mit derselben Überschrift hervorgehoben, daß es erwünscht wäre, nochmals eine eingehende Untersuchung nach einer möglichen Absorption des Chlorophylls im ultraroten Spektralgebiete anzustellen, weil ein positives Resultat ebenso wenig wie ein negatives bis jetzt nicht entschieden erzielt worden ist. Marchlewski z. B. sagt zu dieser Frage folgendes²⁾: „Nach Becquerel, sowie nach Hansen, absorbiert Rohchlorophyll keine ultraroten Strahlen. Das gleiche findet Nichols mit der Thermosäule bis zu $\lambda = 1,4 \mu$. Neuere Angaben sind weniger übereinstimmend. Donath findet keine nennenswerte Absorption bis zu $\lambda = 2,0 \mu$... Coblenz soll ein schwaches Band bei $0,74 \mu$ und eine langsam wachsende Absorption von $\lambda = 0,95 \mu$ an gefunden haben.“ Willstätter³⁾ schweigt in seinem bekannten Werke zu dieser Frage ganz.

Umsomehr schien mir eine neue Untersuchung im Ultrarot erwünscht, als die bisherigen Experimente, soweit mir bekannt, nicht weiter als bis $\lambda = 2 \mu$ in diesem Spektralteile durchgedrungen sind, was beim Gebrauch von Alkohol und Äther als Lösungsmittel denn auch ausgeschlossen ist. Weil sich aber das Reinchlorophyll in Schwefelkohlenstoff leicht auflöst, ist es sehr gut möglich die Untersuchung bis in einen weiteren Teil des Ultrarots, wo die Sonnenstrahlung gewiß noch nicht zu vernachlässigen ist, fortzusetzen, und zwar bis jenseits $\lambda = 3,5 \mu$. Dazu ist es, nachdem es Willstätter und

1) D. van Gulik, Ann. d. Phys. 23. p. 277. 1907.

2) B. Marchlewski, Die Chemie der Chlorophylle usw. p. 56. Vieweg, Braunschweig.

3) R. Willstätter u. A. Stoll, Untersuchungen über Chlorophyll. J. Springer, Berlin.

Stoll gelungen ist die beiden Chlorophyllkomponenten *a* und *b* in Reinpräparaten zu isolieren, möglich geworden, den absoluten Absorptionskoeffizient dieser Komponente zu bestimmen.

Diese Erwägungen haben mich veranlaßt die Untersuchung des Chlorophyllspektrums wieder zur Hand zu nehmen, welche Arbeit mir wesentlich erleichtert worden ist durch die lebenswürdige Weise, in der Prof. Willstätter mir seine Präparate zur Verfügung stellte, wofür ich ihm hier meinen besten Dank ausspreche.

Apparate und Versuchsanordnung.

Als Strahlungsquelle wurde das in ein spezielles Stativ geklemmte Stäbchen einer Nernstlampe von 1 Amp. benutzt, welches von einer Batterie von 73 großen Akkumulatoren gespeist wurde. Um einen vollkommen konstanten Strom zu erhalten, stellte es sich weiter als notwendig heraus, anstatt (wie üblich) eines einzigen Regulierwiderstandes, deren zwei in Serie der Lampe vorzuschalten. Weil es sich bei der beabsichtigten Untersuchung nur um ziemlich ausgedehnte Absorptionsbande handelte, war es erlaubt, einfach das 1,2 mm dicke Stäbchen selbst, und also nicht sein auf irgendeinen Spalt konzentriertes Bild, als Energiequelle anzuwenden.

Die spektrale Zerlegung wurde von einem Quarzprisma von Steeg und Reuter von 56×56 qmm Quadratfläche und von $59^\circ 58' 25''$ Brechungswinkel veranlaßt. Die weitere Optik bestand aus zwei versilberten Hohlspiegeln von Reinfelder und Hertel, deren Brennweiten 647 und 642 mm betrugen, und einem versilberten Flachspiegel. Letztgenannter war mit dem Prisma auf einer mikrometrisch drehbaren Messingscheibe (dem Tisch) aufgestellt für die Erhaltung der minimalen Deviation nach Wadsworth. Das Prisma wurde zuerst in die Stellung des Ablenkungsminimums des Natriumlichtes gebracht und alsdann der Flachspiegel so gestellt, daß die gelben Strahlen in den Spalt der Thermosäule drangen. Auf die Thermosäule fielen nunmehr bei Drehung des Tisches nur Strahlen in ihrer kleinsten Ablenkung, deren Wellenlängen aus der Drehung des Tisches zu berechnen waren. Diese Drehung wurde gemessen durch die Verschiebung des Spiegelbildes einer Skala im Felde eines Fernrohrs, das auf den obengenannten

Flach
nicht
der s
die F
große
einer
nung
Spieg
auf d
war,
einer
erreic
ins G
vertik
Okula
Spieg
schie
Bild

festen
sie is
worde
mit e
der S
Messi
versel
werde
reiner
phylla
Flüss

Kuvel
Drehu
einige
schlos

point
2
vembe

Flachspiegel gerichtet war. Weil aber das Ablesefernrohr nicht auf denjenigen Teil des Spiegels gerichtet werden konnte, der sich gerade in der Drehungsachse des Tisches befand, war die Bewegung des Spiegels nicht bloß eine einfache ebenso große Drehung, sondern eine Kombination dieser Drehung mit einer parallelen Verschiebung, deren Einfluß bei der Berechnung nicht zu vernachlässigen war. Die Skala war in foliertes Spiegelglas eingeschnitten, was ihre genaue Senkrechtstellung auf den Lichtstrahl, falls der Tisch für Natriumlicht eingestellt war, ermöglichte. Die Senkrechtstellung wurde nämlich nach einer abgeänderten Methode von De Forest Palmer¹⁾ derart erreicht, daß auf etwa 10 cm vor der Skala eine feine Nadel ins Gesichtsfeld des Ablesefernrohrs in Koinzidenz mit dem vertikalen Kreuzfaden aufgerichtet wurde. Wenn nun das Okular des Fernrohrs soweit eingeschoben wurde, daß das Spiegelbild der in der Skala sich spiegelnden Nadel scharf erschien, brauchte ich nur die Skala zu drehen bis ebenfalls das Bild der Nadel den Kreuzfaden bedeckte.

Die Thermosäule war eine lineare Säule nach Moll²⁾ in fester Aufstellung. Die Spaltweite betrug meistens 1,3 mm, sie ist aber bei späteren Versuchen auch zu 0,8 mm verkleinert worden. Zur Beseitigung von Luftströmen war die Spaltöffnung mit einer sehr dünnen Quarzplatte abgeschlossen. Gerade vor der Säule war auf einem Schlitten eine Doppelkuvette aus Messing aufgestellt, welche mit 0,5 mm dicken Quarzfenstern versehen war und vom Beobachter leicht hin und her geschoben werden konnte, so daß abwechselnd die eine Kuvette mit dem reinen Lösungsmittel oder die andere Kuvette mit der Chlorophylllösung sich vor den Spalt stellte. Die Schichtdicke der Flüssigkeit war genau 5 mm.

Die Arbeitsmethode war diese, daß, nachdem die beiden Kuvetten an der Reihe gewesen waren und während eine kleine Drehung des Tisches veranlaßt wurde, jedesmal die Strahlung einige Augenblicke zur Kontrollierung des Nullpunktes abgeschlossen wurde. Es hatte sich nämlich dieses Verfahren als

1) A. de Forest Palmer, An optical determination of the zero-point in the telescope-mirror-scale method; Phys. Rev. 20. 1905.

2) W. Moll, Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss. Amsterdam, 29. November 1913.

notwendig herausgestellt wegen einer Änderung des Nullpunktes infolge der Bestrahlung der Thermosäule. Die Drehungen des Tisches, d. h. die Sprünge der untersuchten Wellenlängen, wurden immer so klein genommen, daß die aufeinanderfolgenden Beobachtungen sich einander anschlossen oder sogar sich zum Teil überdeckten, wie aus den gleich zu erwähnenden Beobachtungsreihen hervorgeht.

Die Stärke der Lösungen betrug meistens $\frac{1}{10}$ oder $\frac{1}{40}$ Gewichtsprozent; sie waren, soweit hier die Ergebnisse mitgeteilt werden sollen, ausnahmslos aus den mir von Prof. Willstätter gesandten Präparaten und dem reinsten Schwefelkohlenstoff von Merck hergestellt. Die Lösungen wurden immer frisch bereitet und sofort untersucht.

Das Spiegelgalvanometer war ein Drehspulengalvanometer von Siemens & Halske, dessen eingebauter Vorschaltwiderstand zur Steigerung der Empfindlichkeit ausgeschaltet worden war.

Versuchsergebnisse.

Von den Resultaten sind an erster Stelle diejenigen zu erwähnen, welche sich auf das sichtbare Spektrum und den angrenzenden Teil des Ultrarots beziehen.

Die Absorption der α -Komponente in diesem Spektralteil geht deutlich aus der Versuchsreihe der nachstehenden Tab. I hervor, welche graphisch in der Kurve I der Fig. 1 dargestellt ist. Sie ist mit einer $\frac{1}{4}$ 0/00-Lösung (Gewichtsteile) erhalten worden. Es bedeutet J' bzw. J die Intensität der Strahlung nach ihrem Durchgang durch die Lösung, bzw. durch den Schwefelkohlenstoff allein, während die Absorptionskonstante bekanntlich nach Hagen und Rubens den reziproken Wert derjenigen Weglänge bezeichnet, welche den eindringenden Strahl auf ein Zehntel seiner ursprünglichen Intensität zu schwächen vermag. Es ist also:

$$J' = J 10^{-ad},$$

worin d die Dicke der absorbierenden Schicht ist, welche bei meinen Versuchen 0,5 cm war.

Folglich ist:

$$a = -2 \log \frac{J'}{J} \text{ cm}^{-1}.$$

Tabelle I.

 α -Komponente, $\frac{1}{4}\%$.

Teilstrich	λ in $m \cdot \mu$	J	J'	Abs. Konst. in cm^{-1}
28,10	576	193	34	1,490
28,00 <i>D</i>	589	230	31	1,742
27,90	601	278	29	1,964
27,80	614	330	27	2,176
27,70	629	400	27	2,342
27,60	646	486	28	2,480
27,55	654	525	32	2,430
27,50	663	578	41	2,298
27,45	673	641	77	1,842
27,40	683	700	133	1,442
27,35	694	764	222	1,074
27,30	707	837	356	0,744
27,25	720	911	498	0,526
27,20	733	992	642	0,378
27,15	747	1084	772	0,294
27,10	760	1173	877	0,252
27,05	773	1278	974	0,234
27,00	788	1370	1054	0,228
26,95	802	1492	1151	0,226
26,90	817	1609	1246	0,224
26,85	832	1725	1339	0,220
26,80	849	1846	1442	0,214
26,75	866	1969	1542	0,210
26,70	881	2108	1666	0,204
26,65	898	2225	1780	0,194
26,60	915	2360	1930	0,174
26,55	932	2482	2078	0,152
26,50	950	2632	2260	0,132
26,45	968	2762	2434	0,110
26,40	985	2886	2583	0,096
26,35	1004	2990	2736	0,078

Der Scheitelpunkt der Absorption in Rot befindet sich bei $\lambda = 0,65 \mu$ und ist also im Vergleich zum optischen Absorptionsspektrum der ätherischen Lösung von Willstätter¹⁾ ein wenig

1) R. Willstätter u. A. Stoll, l. c. Taf. VIII.

gegen Gelb hin verschoben, was eine Folge der verschiedenen Lösungsmittel ist. Die Absorption setzt sich, wiewohl sehr geschwächt, in das dunkle Spektrum bis $1,0 \mu$ fort und zeigt sogar in diesem Teil ein neues sekundäres Absorptionsband zwischen $0,8$ und $0,9 \mu$.

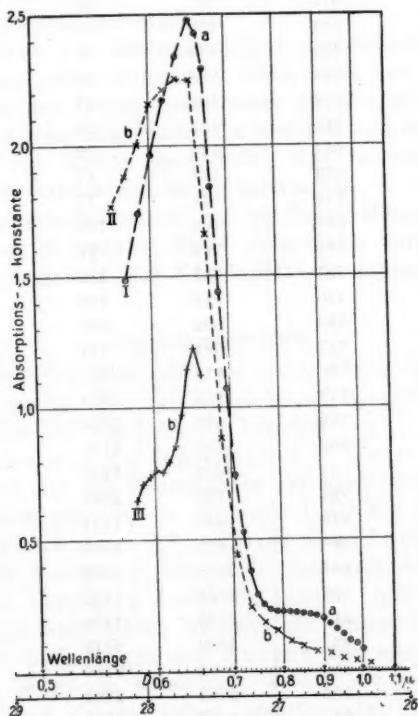


Fig. 1.

Von der *b*-Komponente fand ich die größte Absorption in Rot bei $0,63 \mu$. Sie liegt also im Vergleich zur *a*-Komponente mehr nach links, was in Übereinstimmung mit Taf. VIII von Willstätter ist. Man vergleiche die Tab. II und die Kurve II der Fig. 1.

Tabelle II.

b-Komponente, $\frac{1}{4} \%$

Teilstrich	λ in $m \cdot \mu$	<i>J</i>	<i>J'</i>	Abs. Konst. in cm^{-1}
28,2	564	160	21	1,764
28,1	576	193	22	1,888
28,0 <i>D</i>	589	232	23	2,006
27,9	601	277	23	2,160
27,8	614	333	26	2,214
27,7	629	390	29	2,258
27,6	646	469	35	2,254
27,5	663	559	83	1,656
27,4	683	684	248	0,882
27,3	707	835	503	0,440
27,2	733	977	739	0,242
27,1	760	1123	910	0,182
27,0	788	1313	1102	0,152
26,9	817	1448	1269	0,112
26,8	849	1758	1582	0,092
26,7	881	2017	1848	0,074
26,6	915	2288	2126	0,066
26,5	950	2544	2408	0,048
26,4	985	2788	2690	0,036
26,3	1023	3006	2919	0,026

Daß dieses Band nach Willstätter doppelt sein soll, fällt wegen der stärkeren Absorption bei dieser Kurve II nicht sehr deutlich ins Auge, läßt sich vielmehr nur aus einer Höhlung der Kurve vermuten. Bei der etwa dreimal schwächeren Lösung von Kurve III der Fig. 1 (vgl. Tab. III), treten schon die beiden Scheitel deutlich hervor.

Von dem Bande zwischen 0,8 und 0,9 ist offenbar bei der *b*-Komponente keine Spur vorhanden und es wird hier die Absorption schon im Anfang des Ultrarots unbedeutend.

Was nun den weiteren Teil des ultraroten Spektrums betrifft, so fehlt anfangs für beide Komponenten jede Absorption bis $\lambda = 3,2 \mu$, wo sie von neuem eintritt, wie aus den Tab. IV und V und den dazugehörigen Kurven der Fig. 2 hervorgeht.

Tabelle III.

 δ -Komponente.

Teilstrich	λ in $m \cdot \mu$	J •	J'	Abs. Konst. in cm^{-1}
2805	583	110	52	0,650
2800 <i>D</i>	589	120	53	0,710
2795	595	131	56	0,738
2790	601	143	59	0,768
2785	607	156	65	0,760
2780	614	173	69	0,798
2775	621	190	71	0,856
2770	629	208	68	0,970
2765	637	228	61	1,146
2760	646	250	61	1,226
2755	654	274	75	1,126

Tabelle IV.

 α -Komponente, $1^{\circ}/_{00}$.

Teilstrich	λ in $m \cdot \mu$	J	J'	Abs. Konst. in cm^{-1}
18,90	3236	164	150	0,078
18,80	3255	161	146	0,086
18,70	3274	159	142	0,098
18,60	3293	155	139	0,094
18,50	3312	155	133	0,132
18,40	3330	152	128	0,150
18,30	3348	143	111	0,220
18,20	3366	128	82	0,386
18,18	3369	113	60	0,550
18,13	3379	97	46	0,644
18,08	3387	82	36	0,712
18,03	3396	70	30	0,736
17,98	3404	64	27	0,732
17,93	3413	63	28	0,704
17,88	3422	62	30	0,658
17,80	3436	76	37	0,626
17,70	3453	87	47	0,586
17,60	3470	93	54	0,472
17,50	3487	80	47	0,462
17,40	3504	57	34	0,450
17,30	3521	40	28	0,310
17,20	3538	22	19	0,126

Tabelle V.

b-Komponente, 1 %.

Teilstrich	λ in $m \cdot \mu$	<i>J</i>	<i>J'</i>	Abs. Konst. in cm^{-1}
18,9	3236	161	144	0,098
18,8	3255	158	143	0,088
18,7	3274	158	140	0,106
18,6	3293	154	132	0,134
18,5	3312	152	130	0,136
18,4	3330	149	116	0,218
18,3	3348	136	99	0,276
18,2	3366	118	65	0,518
18,1	3384	91	43	0,652
18,0	3402	71	34	0,640
17,9	3419	65	33	0,588
17,8	3436	83	44	0,552
17,7	3453	94	53	0,498
17,6	3470	85	50	0,460
17,5	3487	71	44	0,416
17,4	3504	48	30	0,408
17,3	3521	31	25	0,186
17,2	3538	19	16	0,150

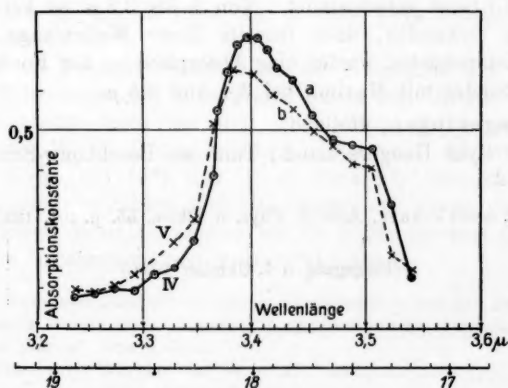


Fig. 2.

Man sieht, daß die beiden Kurven zwischen 3,30 und 3,55 μ eine ähnliche Absorption zeigen, welche aus einem Doppelbande mit dem Hauptmaximum bei 3,4 und einem sekundären Maximum bei 3,5 μ besteht. Was den absoluten Wert dieser Absorptionskonstanten betrifft, soll man bedenken, daß dieselbe sich auf Lösungen von 1 ‰ beziehen.

Ob diese Chlorophyllabsorption im weiten Ultrarot für die Pflanzen noch eine physiologische Bedeutung hat, wage ich nicht zu beurteilen. Es leuchtet ein, daß bei der sehr geringen Durchlässigkeit des Wassers für die dunklen Strahlen, der Zellsaft diese vielleicht verhindern kann die Chlorophyllkörner überhaupt zu erreichen. Nur möchte ich hierzu bemerken, daß Aschkinass¹⁾ eben für dieses Wellengebiet eine *relativ* große Durchlässigkeit des Wassers mit einem Maximalwert bei 3,9 μ gefunden hat.

Zusammenfassung.

Es wurde die Chlorophyllabsorption für Strahlen von 0,55 bis 3,55 μ untersucht und die Absorptionskonstante der beiden Komponenten bestimmt. Was die Frage nach der Absorption im ultraroten Spektralteil betrifft, hat es sich herausgestellt, daß diese sich bei der *a*-Komponente bis etwa 1 μ fortsetzt und ein schwaches sekundäres Band zwischen 0,8 und 0,9 μ zeigt, während die Absorption der *b*-Komponente schon im ersten Ultrarot verschwindet. Von 1 bis 3,2 μ ist keine Absorption vorhanden, doch jenseits dieser Wellenlänge zeigen beide Komponenten wieder eine Absorption in der Form eines Doppelbandes mit Maxima bei 3,4 und 3,5 μ .

Wageningen, Holland,

Ryks Hoogere Land-, Tuin- en Boschbouw-School.

1) E. Aschkinass, Ann. d. Phys. u. Chem. 55. p. 401. 1895.

(Eingegangen 9. Oktober 1914.)

7. *Diamantröntgenbilder;* *von Ernst Keller.*

Diamant nimmt bei den Laueschen Interferenzerscheinungen eine ganz besondere Stellung ein. Während nämlich bei allen anderen bisher untersuchten Kristallen die Strahlung auf einen Kegel vom Öffnungswinkel höchstens 45° beschränkt ist, strahlt Diamant bekanntlich nach allen Richtungen. Da deswegen eine vollständige Durchrechnung seiner Röntgenbilder von Interesse schien, habe ich auf Anregung von Herrn Prof. A. Sommerfeld dies durchgeführt. Zur Verfügung standen mir folgende Aufnahmen:

1. eine dreizählig-symmetrische von Laue (eine Platte vor ¹⁾, eine hinter ¹⁾ dem Kristall und eine seitlich von demselben);

2. eine vierzählig-symmetrische von W. Friedrich (eine Platte hinter und ein Film vor dem Kristall);

3. zwei Aufnahmen von W. Friedrich, bei welchen der einfallende Strahl einen Winkel von $2^\circ 14'$ mit der dreizähligen Achse bildet, und zwar wurde das eine Mal eine harte, das andere Mal eine weiche Röhre verwandt. (Beide Mal eine Platte hinter und ein Film vor dem Kristall. Es sind die von W. Friedrich in Ann. d. Phys. **44**. p. 1169. 1914 besprochenen Aufnahmen.)

4. Zum Vergleich wurde noch die Aufnahme von W. H. Bragg ²⁾ herangezogen (eine Platte hinter dem Kristall).

Ich stütze mich im folgenden hauptsächlich auf die Arbeit von W. H. Bragg ²⁾ über Diamant und die Arbeiten von A. Sommerfeld ³⁾ und P. P. Ewald ⁴⁾ über ZnS. Die hier mitgeteilten Zahlen sind ein Auszug aus einem viel umfangreicheren Material, welches ich als Prüfungsarbeit für das bayrische Lehramtsexamen eingereicht habe.

1) „Vor“ und „hinter“ ist von der Röntgenröhre aus gemeint. Nur der Diamant strahlt nach „vorwärts“; die gewöhnliche Aufstellung der Platte ist „hinter“ dem Kristall.

2) Proc. Roy. Soc. London **89**, p. 277. 1913.

3) A. Sommerfeld, Solvay-Kongreß 1913.

4) P. P. Ewald, Ann. d. Phys. **44**. p. 257. 1914.

1. *Feststellung der Indizes.* In erster Linie handelt es sich darum, die Laueschen Indizes h_1, h_2, h_3 für jeden Punkt zu bestimmen. Für die Platten hinter dem Kristall ist dies schon von Laue¹⁾ und Bragg²⁾ durchgeführt worden. Um die übrigen Platten auszuwerten, wurde für den drei- und vierzähligen Fall ein Verzeichnis aller nach der Laueschen Theorie und dem Braggschen Gitter möglichen Indextripel aufgestellt und unter Einführung geeigneter Koordinaten der Durchstoßpunkt der zugehörigen Interferenzstrahlen mit der photographischen Platte bestimmt. *Durch Vergleich der gemessenen und der berechneten Koordinaten ließ sich jeder Punkt mit großer Sicherheit identifizieren.*

Punkte auf der vorderen Laueschen Platte.

	$h_1 h_2 h_3$	S	x' in cm	y' in cm	r ber.	r gem.	ϑ	$2a/\lambda$	J
$s = 8$	224	24	- 3,64	0	3,64	3,61	140° 26'	5,2	5
$s = 11$	335	43	- 2,46	0	2,46	2,46	151° 20'	6,8	2,5
$s = 12$	246	56	- 3,84	2,21	4,42	4,37	135° 20'	8,08	5
$s = 13$	355	59	- 1,03	1,79	2,07	2,05	155° 20'	7,86	7
	337	67	- 4,8	0	4,8	4,7	133°	8,94	4,5
$s = 15$	357	83	- 2,83	1,65	3,28	3,29	143° 40'	9,6	4
$s = 16$	466	88	- 0,82	1,42	1,67	1,65	159° 40'	9,52	8
$s = 17$	377	107	- 1,68	2,91	3,39	3,35	142° 50'	10,9	3
	359	115	- 4,65	1,6	4,9	4,9	132° 26'	11,7	0,5
$s = 19$	559	131	- 2,9	0	2,9	2,93	146° 40'	11,9	2
$s = 20$	488	144	- 1,38	2,39	2,78	2,85	148° 26'	12,5	3,8
	4610	152	- 3,72	1,28	3,92	3,87	138° 30'	13,2	0,5
$s = 21$	579	155	- 1,93	1,11	2,22	2,21	152° 50'	12,8	2

Vorstehende *Tabelle* bringt einen Auszug aus diesen Verzeichnissen, und zwar enthält sie die Punkte der *vorderen* Platte von der *dreizähligen* Laueschen Aufnahme. Über Lage und Stärke dieser Punkte auf dem Photogramm gibt das Schaubild (Fig. 1) Aufschluß. Die erste Spalte der Tabelle enthält $s = h_1 + h_2 + h_3$, in der nächsten finden sich die Indizes $h_1 h_2 h_3$, dann folgen die Werte von $S = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$;

1) M. v. Laue, Ann. d. Phys. 42. p. 397. 1913.

2) W. H. Bragg, Proc. Roy. Soc. London 89. p. 277. 1913.

die beiden nächsten Spalten bringen die berechneten Werte der Koordinaten x' und y' des Punktes (wegen der Lage der Achsen vgl. Fig. 1). Weiter wurden zum Vergleich die berechneten Werte für $r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ und das Mittel der gemessenen Werte r angegeben. Die Übereinstimmung ist durchaus be-

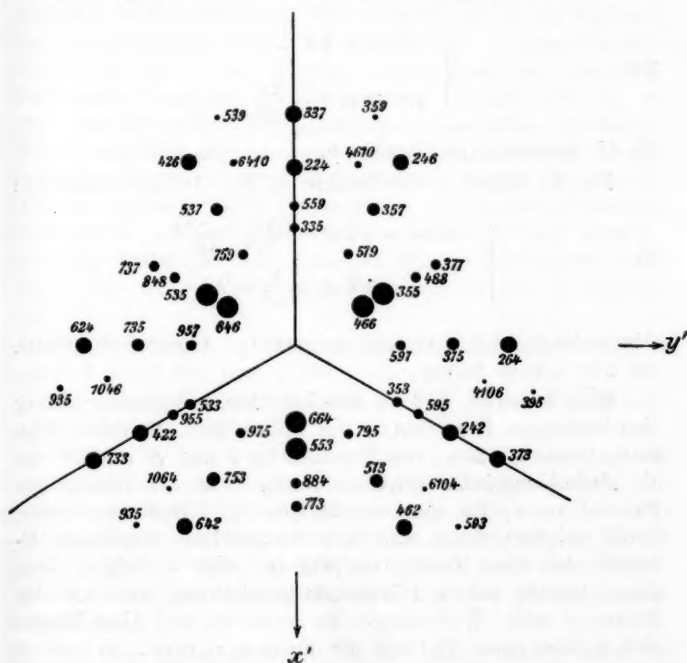


Fig. 1.

Schaubild für die vordere Platte der dreizähligen Aufnahme von Laue.

friedigend. Endlich ist noch mitgeteilt der Winkel ϑ zwischen Primär- und Interferenzstrahl, die Größe $2a/\lambda$, wo λ die Wellenlänge, a die Gitterkonstante bedeutet, die für Diamant den Wert $3,55 \cdot 10^{-8}$ cm hat. Die letzte Spalte enthält die nach einem willkürlichen Maßstab mit den Augen abgeschätzten Schwärzungen J (vgl. Ziffer 3).

λ und ϑ berechnet man nach folgenden Formeln, die man leicht aus den Laueschen Grundformeln gewinnt:

$$(1a) \quad \begin{cases} 2a/\lambda = \frac{S}{h_3} \\ \cos \vartheta = 1 - \frac{2h_3^2}{S} \end{cases}$$

für die vierzählige, und

$$(1b) \quad \begin{cases} 2a/\lambda = \sqrt{3} \frac{S}{s} \\ \cos \vartheta = 1 - \frac{2s^2}{3S} \end{cases}$$

für die dreizählige Aufnahme.

Die Koordinaten der Punkte in Fig. 1 findet man aus:

$$(2) \quad \begin{cases} x' = -\sqrt{2} d \cdot s \frac{2h_3 - h_1 - h_2}{2s^2 - 3S} \\ y' = -\sqrt{6} d \cdot s \frac{h_1 - h_2}{2s^2 - 3S} \end{cases}$$

d bedeutet dabei den Abstand Kristall—photographische Platte, der hier 4,5 cm betrug.

Man bemerkt, daß es für jede Durchstrahlungsrichtung eine bestimmte Kombination der Indizes gibt, die neben S als maßgebende Größe in den Formeln für λ und ϑ auftritt und die *Aufzählungsindex* genannt werde. Für den dreizähligen Fall ist es s , für den vierzähligen h_3 . Daß eine solche Größe existiert, kann man sich klar machen, wenn man bedenkt: Aus dem Kreuzgitterspektrum einer einzelnen Netzebene werden durch Hintereinanderschaltung vieler solcher Ebenen einzelne Wellenlängen ausgesondert, und diese Ebenen sind in dem einen Fall von der Form $h_3 = \text{const}$, im anderen $s = \text{const}$.

Dem eingangs Gesagten entsprechend sollen unter der Bezeichnung „Strahlung nach hinten“ die Strahlen mit $\vartheta < \pi/2$, unter „Strahlung nach vorn“ diejenige mit $\vartheta > \pi/2$ verstanden werden.

Die Durchrechnung zeigt, daß man bei Diamant bis zu viel größeren Werten für die *Aufzählungsindizes* kommt als bei ZnS, das im Prinzip die gleiche Struktur hat. So geht z. B. s bei ZnS von 1 bis 5, S etwa bis 100, während bei Diamant der Spielraum für s von 1 bis 24 reicht und S bis 200 anwächst. Der Grund dafür wird unter Ziffer 8 auseinandergesetzt werden.

2. *Prüfung des Braggschen Gitters.* Ein Vorzug der hier angewandten Art der Durchrechnung ist, daß wir gleichzeitig in den Stand gesetzt sind, eine außerordentlich empfindliche Prüfung des Braggschen Diamantgitters vorzunehmen. Nach Bragg¹⁾ besteht das Diamantgitter aus zwei parallel ineinandergestellten flächenzentrierten Raumgittern, die in der Richtung der Körperdiagonale um $\frac{1}{4}$ der Diagonalenlänge gegeneinander verschoben sind. Dies Ergebnis wurde gewonnen durch Reflexionsmessungen an drei Ebenen (100, 110 und 111). In den drei- und vierzähligen Photogrammen jedoch haben wir das Resultat von Reflexionen an etwa hundert Ebenen vor uns, die alle möglichen Lagen im Kristall einnehmen. (Dabei sind alle die Ebenen, die durch bloße Vertauschung der Indizes auseinander hervorgehen, als eine gezählt.) Zwar können wir nun nicht genau die Intensität der einzelnen Flecke bestimmen; doch haben wir folgende wirksame Kriterien für das Braggsche Gitter:

1. *Es müssen alle Punkte verschwinden, deren Indexsumme s durch 4 geteilt den Rest 2 gibt.*
2. *Die Punkte, deren s durch 4 teilbar ist, müssen mit doppelter Intensität auftreten.*

Ferner müssen die Indizes eines Punktes entweder alle gerade oder alle ungerade sein; da dies aber schon durch ein einziges flächenzentriertes Gitter bedingt wird, so ist die Erfüllung dieser Forderung zwar notwendig, aber für den Beweis der Richtigkeit des Braggschen Gitters nicht hinreichend.

Ein Vergleich unserer Tabellen mit den Photogrammen ergibt nun:

1. *Alle vorhandenen Flecke sind solche, welche nach der Theorie möglich sind.*
2. *Innerhalb gewisser Grenzen sind alle nach der Theorie möglichen Punkte auch wirklich vorhanden.*

Nur auf der seitlichen Platte der dreizähligen Aufnahme von Laue befindet sich eine kleine Stelle, die etwa 4—5 schwache Flecken zeigen sollte, in Wirklichkeit aber frei von Punkten ist. Mit großer Wahrscheinlichkeit liegt hier ein Plattenfehler vor.

3. *Das Spektrum der Röntgenstrahlen.* Eine Erklärung der eben genannten Grenzen sowie eine weitere Stütze für die

1) W. H. Bragg, l. c.

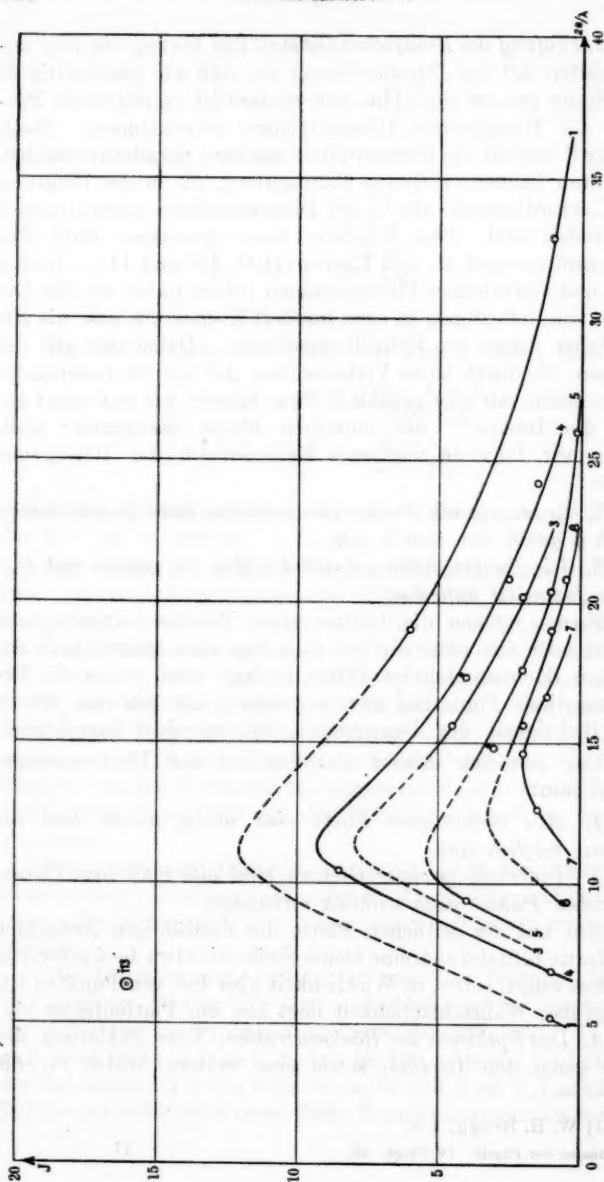


Fig. 2.

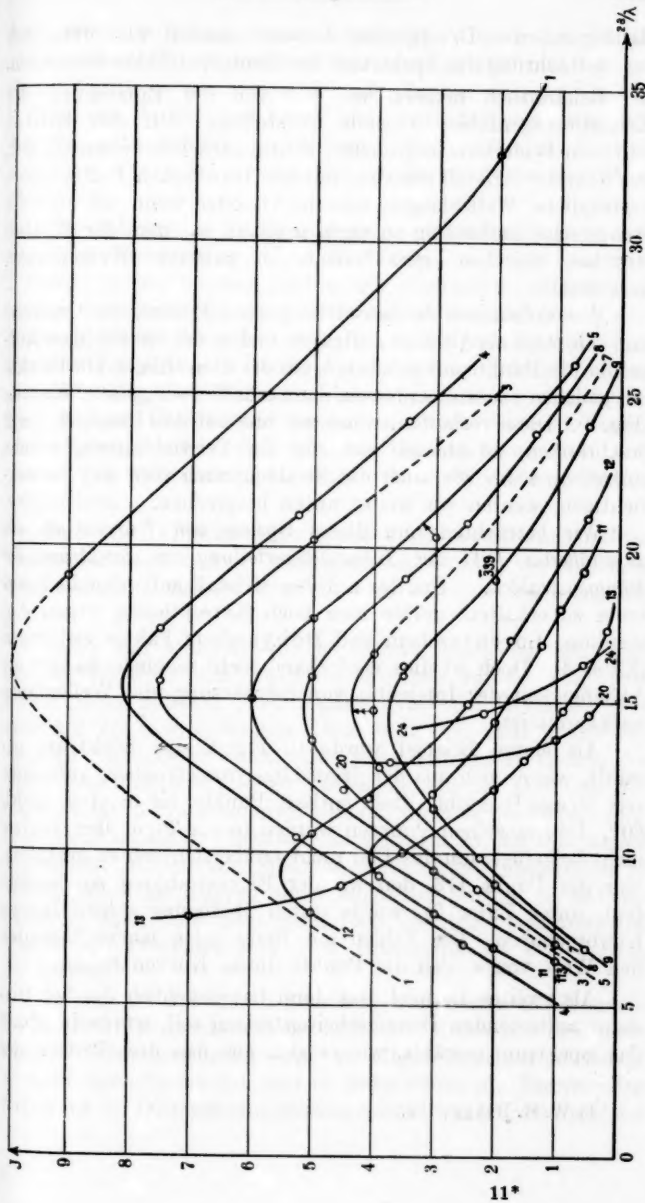


Fig. 8.

Richtigkeit des Braggschen Gitters erhalten wir, wenn wir zur Betrachtung des Spektrums der Röntgenstrahlen übergehen.

Bekanntlich machen wir uns von der Entstehung der Kristallröntgenbilder folgende Vorstellung: Auf den Kristall trifft ein beiderseits begrenztes, kontinuierliches Spektrum auf, aus dem der Kristall einzelne, mit den Laueschen Bedingungen verträgliche Wellenlängen aussondert, oder wenn wir uns die Braggsche Auffassung zu eigen machen, aus dem der Kristall einzelne, zwischen seine Netzebenen passende Wellenlängen heraussiebt.

Wir wollen nun die Schwärzung eines Punktes als Ordinate und sein $2a/\lambda$ als Abszisse auftragen und in der vierzähligen Aufnahme alle Punkte mit gleichen h_3 , in der dreizähligen alle Punkte mit gleichen s zusammenfassen, dann erhalten wir „glatte“ Kurven (Fig. 2). Diese verlaufen, wenn wir uns auf den Raum $\vartheta < \pi/2$ beschränken, annähernd parallel; die Verwicklungen, welche eintreten, wenn wir auch die Strahlen nach vorn mit berücksichtigen, werden wir weiter unten besprechen.

Wir betrachten nun dieses System von Kurven als ein angenähertes Bild der Intensitätsverteilung im Spektrum der Röntgenstrahlen. Um das auf den Kristall auftreffende Spektrum zu erhalten, müßte man noch Korrekturen wegen Absorption, Lorentzsehem und Debyeschem Faktor anbringen (Ziffer 4). Doch ist dies vorderhand nicht möglich, da uns die Abhängigkeit der Intensität von Schwärzung und Wellenlänge unbekannt ist.

Als erstes Beispiel wurde in Fig. 2 das Spektrum gewählt, wie es sich aus der dreizählig-symmetrischen Aufnahme von Bragg¹⁾ ergibt; diese enthält Punkte bis ϑ etwa gleich 60° . Den einzelnen Punkten wurden in der Figur ihre Indizes nicht beigelegt, um das Bild nicht unübersichtlich zu gestalten. Nur der Punkt 113, den wir der Eigenstrahlung zuschreiben (vgl. unter Ziffer 7), wurde durch Beifügung seiner Indizes hervorgehoben. Die Zahlen am Ende jeder Kurve bedeuten den Wert von s , den die Punkte dieser Kurven haben.

Als zweites Beispiel, das dann hauptsächlich die bei Diamant auftretenden Besonderheiten zeigen soll, wurde in Fig. 3 das Spektrum gewählt, wie es sich aus den drei Platten der

1) W. H. Bragg, l. c.

Laueschen Aufnahme zusammen ergibt. Die Anlage ist die gleiche wie in Fig. 2, nur sind hier, um das Bild nicht zu unübersichtlich zu machen, nicht alle Punkte eingetragen. Es wurden die Punkte von $s = 1$ bis $s = 13$ aufgenommen; von Kurven mit größeren Aufzählungsindizes nur noch die mit $s = 20$ und $s = 24$, welches der größte vorkommende Wert von s ist.

Die *Schwärzung* wurde nach einer willkürlichen Skala mit dem Auge abgeschätzt. Das Verfahren ist roh, aber der Fehler, den wir begehen, indem wir einstweilen in Unkenntnis des Schwärzungsgesetzes die Intensität der Schwärzung proportional setzen, ist sicher viel größer. Wir werden daher aus unseren Kurven auch keine quantitativen Schlüsse ziehen (wirkliche Lage des Maximums usw.), sondern nur qualitative. Eine weitere Unsicherheit kommt in unsere Untersuchungen noch dadurch herein, daß wir, wie bei der Laueschen Aufnahme, die Schwärzungen von drei verschiedenen Platten vergleichen.

Daß wir die Punkte nach h_s und s , den Aufzählungsindizes, zusammenfassen und so statt *einer* Spektralkurve, die man erwartet, deren *mehrere* erhalten, wird weiter unten begründet werden.

Indes soll eine wesentliche Schwierigkeit bei der Aufstellung des Spektrums nicht verschwiegen werden. Von vornherein kann nämlich jeder Punkt außer der Wellenlänge λ auch $\lambda/2$, $\lambda/3$ usw. enthalten. Nun läßt sich zwar durch Betrachtung geeigneter Punkte die obere und untere Grenze des Spektrums angeben und so übersehen, wieviel Obertöne für einen Punkt in Frage kommen können; wie aber die Schwärzung eines Punktes auf die Obertöne zu verteilen ist, darüber wissen wir nichts. In unseren Spektren wurden die Intensitäten so verteilt, daß die Kurven einen möglichst glatten Verlauf annehmen; doch muß man dann stets im Auge behalten: *Die Punkte mit Obertönen sind ohne Beweiskraft für den Verlauf der Kurven.*

Solange wir uns auf die Strahlung nach hinten beschränken, ist das Bild das gleiche wie bei ZnS. Die Kurve mit dem niedrigsten Aufzählungsindex liegt im allgemeinen am höchsten; je mehr derselbe wächst, um so tiefer rückt die Kurve. Nur haben wir bei Diamant eine größere Anzahl von Kurven, weil der

Aufzählungsindex größere Werte annimmt als bei ZnS. Diese regelmäßige Anordnung erleidet zwei Ausnahmen:

Einmal fehlen, wie schon erwähnt, in Übereinstimmung mit der Theorie alle Punkte für die $s \equiv 2 \pmod{4}$ ist, also in Fig. 2 die Kurven $s = 2, 6$, in Fig. 3 die Kurven $s = 2, 6, 10$ usw.

Zweitens liegen alle Punkte, für die $s \equiv 0 \pmod{4}$ ist, höher, als dem regelmäßigen Verlauf entspräche. So liegt in Fig. 2 $s = 4$ höher als $s = 3$, und $s = 8$ höher als $s = 7$.

Da auch diese beiden Kriterien durchweg erfüllt sind, können wir zusammenfassend sagen: *Die Diamantröntgenbilder liefern eine glänzende Bestätigung des Bragg'schen Diamantgitters* und weiterhin der Laueschen Theorie, letztere in dem Sinne aufgefaßt, daß auf den Kristall ein *kontinuierliches Spektrum* auftritt, aus dem dann dieser die zwischen seine Netzebenen passenden Wellenlängen heraussondert.

4. *Schwächungsfaktoren.* Der Debyesche Faktor¹⁾, welcher den Einfluß der Wärmebewegung mißt, lautet: e^M .

Dabei kann für Diamant gesetzt werden, wenn man die Quantenhypothese in ihrer ersten Form benutzt:

$$(3a) \quad M = - \frac{\pi^2 h^3 T^3 (1 - \cos \vartheta)}{2 \lambda^2 \mu k \Theta^3}$$

h und k sind die Strahlungskonstanten, T die absolute, Θ die charakteristische Temperatur, μ die Masse eines Atoms.

Unter Zuhilfenahme der Laueschen Grundformeln können wir dafür auch schreiben:

$$(3b) \quad M = - \frac{\pi^2 h^3 T^3}{4 \mu k a^3 \Theta^3} \cdot S$$

$$(3c) \quad = - \frac{\pi^2 h^3 T^3}{2 \sqrt{3} a \mu k \Theta^3} \cdot \frac{s}{\lambda} \quad \text{für den dreizähligen}$$

$$(3d) \quad = - \frac{\pi^2 h^3 T^3}{2 a \mu k \Theta^3} \cdot \frac{h_3}{\lambda} \quad \text{für den vierzähligen Fall.}$$

S , s , h_3 , ϑ , a und λ haben die oben angegebenen Bedeutungen.

Rechnet man mit Nullpunktsenergie, so lauten die entsprechenden Formeln:

1) P. Debye, Ann. d. Phys. 43. p. 84, 85ff. 1914.

$$\begin{aligned}
 (4a) \quad M &= - \frac{3h^2(1 - \cos \vartheta)}{\lambda^2 \mu k \Theta} \left[\frac{1}{4} + \frac{\pi^2 T^2}{6 \Theta^2} \right] \\
 (4b) \quad &= - \frac{3h^2}{2 a^2 \mu k \Theta} \left[\frac{1}{4} + \frac{\pi^2 T^2}{6 \Theta^2} \right] \cdot S \\
 (4c) \quad &= - \frac{\sqrt{3} h^2}{a \mu k \Theta} \left[\frac{1}{4} + \frac{\pi^2 T^2}{6 \Theta^2} \right] \cdot \frac{s}{\lambda} \quad \text{(dreizähliger Fall)} \\
 (4d) \quad &= - \frac{3h^2}{a \mu k \Theta} \left[\frac{1}{4} + \frac{\pi^2 T^2}{6 \Theta^2} \right] \cdot \frac{h_s}{\lambda} \quad \text{(vierzähliger Fall)}
 \end{aligned}$$

Aus den Formeln (3b) und (4b) sieht man, daß wir jenseits eines gewissen Wertes von S keine Punkte mehr zu erwarten haben. Dieser Wert liegt bei den besprochenen Aufnahmen, etwa bei $S = 160$; unter besonders günstigen Umständen (Lage in der Nähe des Maximums, s durch 4 teilbar) wird der Wert 200 erreicht. Aus den Formeln (4c) und (4d) erkennt man, daß die Schwächung bei gleicher Wellenlänge um so größer ist, je größer der Aufzählungsindex (h_s bzw. s) ist. Es ist demnach von vornherein unmöglich, alle Punkte zu einer Spektralkurve zusammenzufassen; wir können nur erwarten, daß Punkte mit gleichem Aufzählungsindex glatte Kurven ergeben. Die gleichen Formeln (3c, 3d) und (4c, 4d) zeigen, daß bei konstantem s (bzw. h_s) die Punkte um so mehr geschwächt werden, je kleiner λ ist. Wir werden also eine Grenze der Spektralkurven an ihrem kurzwelligen Ende erhalten (in Fig. 2 u. 3, wo $2a/\lambda$ als Abszisse aufgetragen ist, demnach bei großen Abszissen), und zwar liegt dieselbe bei um so größeren Wellenlängen, je größer der Aufzählungsindex ist. Man wird die Richtigkeit dieser Behauptungen leicht an den beigegebenen Spektralkurven nachprüfen können. Indes reicht der Debye'sche Faktor quantitativ nicht aus, das Verschwinden der Punkte mit $S > 200$ zu erklären. Denn für $S = 200$ wäre $e^M = 0,9$, wenn man ohne, und gleich 0,35, wenn man mit Nullpunktsenergie rechnet, d. h. die Intensität kann höchstens auf $1/3$ geschwächt sein.

Auffallend ist der große Unterschied zwischen der Rechnung mit und ohne Nullpunktsenergie; einigermassen verwischt wird dieser wieder durch den Lorentz'schen Faktor und durch die Absorption. Überschlagsrechnungen haben gezeigt, daß man, um aus den vorliegenden Photogrammen eine Entscheidung über die Nullpunktsenergie zu gewinnen, die Schwär-

zungen (das Schwärzungsgesetz für eine bestimmte Wellenlänge als bekannt vorausgesetzt) auf etwa 3 Proz. genau messen müßte, und zwar eventuell auf verschiedenen Platten; dies ist jedoch praktisch nicht möglich. Es ist bisher nicht einmal Bragg¹⁾ durch Prüfung der Temperaturabhängigkeit des Debyeschen Faktors gelungen, diese Frage zu entscheiden.

Eine vollständige Erklärung für das Verschwinden der Punkte mit $S > 200$ liefert nun der Lorentzsche²⁾ Faktor $1/S$, der die *Empfindlichkeit* des Gitters gegen eine Wellenlängen- und eine Richtungsänderung angibt. Da er im gleichen Sinne wie der Debyesche wirkt, so gilt alles über diesen Gesagte auch für ihn, insbesondere ist auch er schuld an dem Zerfall der Spektralkurven in mehrere Kurven, da nach Gleichung (1a, 1b) S bei gegebenen $2a/\lambda$ dem Aufzählungsindex proportional ist.

Der dritte, für die Intensitätsverteilung hauptsächlich in Frage kommende Faktor ist die *Absorption*. Da der Absorptionskoeffizient mit λ wächst, wird durch sie wohl die Grenze bei den langen Wellen verursacht sein. Es unterliegt nun keiner prinzipiellen Schwierigkeit den Einfluß der Absorption rechnerisch durchzuführen; die Formeln werden jedoch unübersichtlich, weil man die Form des Kristalls berücksichtigen müßte. Daher ziehen wir es vor, uns an der Hand von Fig. 4 ein angenähertes, aber anschauliches

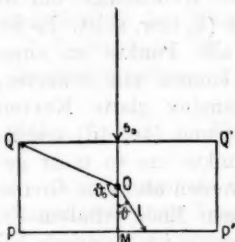


Fig. 4.

Bild von ihrer Wirksamkeit zu machen. S_0 sei die Einfallsrichtung, O der Mittelpunkt des Kristalls. Dann können wir in erster Näherung die Absorption eines Strahles in der Richtung ϑ proportional zu der Strecke l setzen, die von O unter dem Winkel ϑ im Kristall gezogen werden kann. Geometrisch betrachtet hat man dann zwei Maxima von l in den Richtungen OP und OQ . Da jedoch die Strahlen nach vorn ($\vartheta > \pi/2$) weicher sind (Beweis siehe unten!), also leichter absorbiert werden, wird nur das Maximum in der Richtung OQ von Bedeutung sein. Mit wachsendem ϑ nimmt daher die Absorption zuerst zu bis zu einem Höchstwert, dem etwa die Richtung OQ

1) W. H. Bragg, l. c.

2) Bei P. Debye, l. c.

(Winkel ϑ_0) entspricht, um mit weiter wachsendem ϑ wieder abzunehmen. Aus ϑ_0 berechnet man für jede Stelle $2a/\lambda$ den Wert s_0 bzw. h_3^0 des Aufzählungsindex, welcher dem Maximum der Absorption, d. h. der am tiefsten liegenden Spektralkurve entspricht, nach der Formel:

$$(5a) \quad s_0 = \frac{\sqrt{3}(1 - \cos \vartheta_0) a}{\lambda}$$

$$(5b) \quad \text{bez. } h_3^0 = \frac{(1 - \cos \vartheta_0) a}{\lambda}$$

die man leicht aus Gleichungen (1a, b) gewinnt.

Wird nun ϑ größer als ϑ_0 und somit auch $s(h_3)$ größer als $s_0(h_3^0)$, so wird bei gleichem $2a/\lambda$ für die entsprechenden Punkte die Absorption wieder geringer, und die zugehörigen Kurven werden an dieser Stelle von $2a/\lambda$ wieder höher liegen, entgegen dem regulären Verhalten, wo die Spektralkurven mit zunehmendem Aufzählungsindex immer tiefer liegen. Da der kritische Wert $s_0(h_3^0)$ aber für jede Stelle $2a/\lambda$ ein anderer ist, werden sich, sobald man die Strahlung nach vorn berücksichtigt, die Spektralkurven gegenseitig durchkreuzen. Damit sind die merkwürdigen Bilder erklärt, die ich bei Aufstellung der Spektralkurven unter Benutzung der vorderen Platten erhielt (vgl. Fig. 3).

Beschränkt man sich auf $\vartheta < \vartheta_0$ und nimmt an, daß die Absorption mit ϑ geht, so sieht man aus den Formeln (5)

$$(6a) \quad 1 - \cos \vartheta = \frac{\lambda h_3}{a}$$

$$(6b) \quad \text{bez. } 1 - \cos \vartheta = \frac{\lambda s}{\sqrt{3} a},$$

daß bei gleichem λ die Schwächung um so stärker ist, je größer h_3 bzw. s sind. Also auch die Absorption trägt mit bei zum Zerfall der Spektralkurve.

Die drei eben besprochenen Faktoren erklären also einmal das Auftreten mehrerer Spektralkurven statt einer, und zweitens die beiderseitige Begrenzung des Spektrums, soweit dieselbe nicht schon durch die Ausdehnung des auffallenden Spektrums gegeben ist.

Von Einfluß auf die Intensitätsverteilung wären schließlich noch die Lauesche Funktion Ψ^1) (gerichtete Strahlung des

1) Laue-Friedrich-Knippling, Sitzungsber. d. Bayr. Akad. d. Wiss. p. 303. 1912.

Atoms), die von der Impulstheorie geforderte Polarisation und die Dicke des Kristalls; doch soll hierauf nicht weiter eingegangen werden.

5. *Einfluß der Härte der Röhre.* Ein Wort noch über die Maxima unserer Kurven. Wenn wir auch über die Lage des wahren Intensitätsmaximums nichts wissen, so geht aus den Spektralkurven, die ich von verschiedenen Photogrammen erhielt, doch deutlich hervor, daß mit zunehmender Härte die Maxima gegen die kurzen Wellen wandern. Beispielsweise liegt das Maximum für eine weiche Röhre ($V = 30000$ Volt) bei $2a/\lambda = 11$, also λ_{\max} etwa $6,4 \cdot 10^{-9}$, bei einer harten Röhre ($V = 70000$ Volt) bei $2a/\lambda = 15$; also $\lambda_{\max} = 4,7 \cdot 10^{-9}$. Da diese Frage übrigens eingehend schon von Friedrich¹⁾ untersucht ist, möge hier nicht weiter darauf eingegangen werden.

6. *Verschiedene Bemerkungen über die Lage der Flecken.* Aus den Formeln (6) sieht man, daß längs einer Spektralkurve (konstanter Aufzählungsindex) λ mit ϑ wächst. *Die Strahlen nach vorn sind also im allgemeinen weicher.* So geht z. B. bei der dreizähligen Aufnahme von Laue auf der vordern Platte $2a/\lambda$ nur bis 12, auf der seitlichen bis 24 und auf der hinteren endlich bis 33. Weiter erkennt man aus den gleichen Formeln: Bei konstantem λ wächst s (h_3) mit ϑ ; d. h. *die Strahlen nach vorn haben im allgemeinen den größeren Aufzählungsindex.* Z. B. geht bei der vierzähligen Aufnahme h_3 von 1 bis 5 auf der hinteren Platte und von 6 bis 12 auf der vorderen Platte.

Geometrisch läßt sich dies Resultat sehr leicht aus der Ewaldschen Kugelkonstruktion²⁾ ablesen. Für den regulären Kristall besteht sie in folgendem:

In einem Koordinatensystem mit den Achsen h_1 , h_2 , h_3 trage man entgegen der Einfallsrichtung des Primärstrahles die Strecke a/λ ab (Figg. 5 u. 6), schlage um den Endpunkt M die Kugel mit dem Radius a/λ . Geht diese außer durch O durch weitere Gitterpunkte, so gibt die Verbindungslinie von M nach diesen die Richtung eines Interferenzstrahles an. Im vierzähligen Fall, den wir hier der Einfachheit halber wählen, sei die Einfallsrichtung die negative h_3 -Achse. Dann ist $OP = \sqrt{S}$,

1) W. Friedrich, Verh. d. D. Phys. Ges. 16. p. 69. 1913 und Ann. d. Phys. 44. p. 1169. 1914.

2) P. P. Ewald, Phys. Zeitschr. 14. p. 465. 1913.

bestätigt: $s = 3n$, wo n eine ganze Zahl ist. Dann läßt sich nämlich¹⁾ S auf zwei Arten in die Summe dreier Quadrate zerlegen: $S = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 = (h_1 + h_2 - n)^2 + (2n - h_1)^2 + (2n - h_2)^2$. Dazu ist nun noch zu bemerken, daß, falls n gleich einem der Indizes ist, das Indextripel in sich selbst übergeht.

Auffallend ist bei den Platten vor dem Kristall, und noch mehr bei den seitlichen, die *radiale Anordnung der Punkte* (Fig. 1), während bei den Platten hinter dem Kristall höchstens

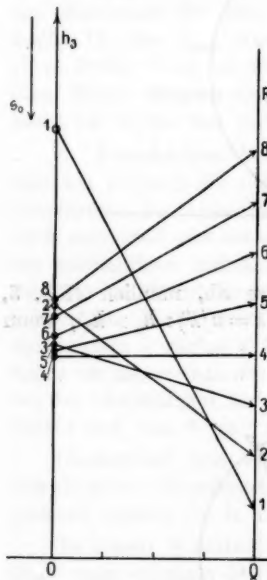


Fig. 7.

h_1, h_2, h_3 über (Fig. 7), in welchem unsere reflektierenden Ebenen durch Punkte dargestellt sind; man kann auch sagen: die Punktkoordinaten dieses Systems sind die Ebenenkoordinaten des Raumgitters. In der Zeichenebene der Fig. 7 mögen die Punkte liegen, die zu der beobachteten radialen Reihe von Interferenzen Anlaß geben. Wir greifen nun die besonders

zwei auf einem Strahl durch den Mittelpunkt liegen. Auch hierüber gibt die Ewaldsche Kugel leicht Aufschluß. Die folgende Erklärung bezieht sich der Einfachheit halber auf den vierzähligen Fall. Die Einfallsrichtung s_0 sei die negative Z -Achse, die Koordinaten $x y z$ mögen in den Kanten des Gitters liegen. Wir bekommen, wie leicht ersichtlich, Flecke, die auf Geraden durch den Mittelpunkt liegen dann, wenn die zugehörigen Interferenzstrahlen von Ebenen reflektiert sind, die zu Geraden der $x y$ -Ebene parallel sind, oder kristallographisch gesprochen, wenn diese Ebenen zu Zonen von der Form $[u v O]$ gehören.

Wir gehen nun, um mit der Ewaldschen Kugel arbeiten zu können, zu einem Koordinatensystem

1) P. P. Ewald, Phys. Zeitschr. 14. p. 1038. 1913.

wichtige Reihe von Ebenen der Zone $[uvO]$ heraus, welche durch die auf QR gelegenen Punkte dargestellt werden. Als Entfernung $OQ = \sqrt{h_1^2 + h_2^2}$ ist in der Figur ein mittlerer Wert 4 angenommen. Zu jedem der mit 1, 2, ... bezeichneten Punkte der Reihe QR ist die Richtung des Interferenzstrahles konstruiert, indem der Mittelpunkt der durch O und 1, 2, 3, ... gehenden Kreise auf der h_3 -Achse aufgesucht wurde.

Die Verbindungspfeile $\vec{11}$, $\vec{22}$, ... geben die Richtungen der Interferenzstrahlen. Man sieht, daß die Anzahl der nach vorn (oben in Fig. 7) weisenden Pfeile größer ist, als der nach unten weisenden. Namentlich entfallen auf ein gegebenes Intervall $\Delta (a/\lambda)$ auf der h_3 -Achse mehr Pfeile der ersten als der zweiten Sorte. Das Gleiche gilt für die zu QR benachbarten parallelen Punktreihen, so daß eine gewisse Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, auf der Aufnahme nach vorn mehr radiale Fleckenreihen zu finden, als auf der hinteren Platte. Diese Betrachtung ist durch den Einfluß der Struktur, des Lorentzschen und des Debyeschen Faktors im einzelnen zu modifizieren, doch zeigen die Beziehungen zwischen den Indizes der auf einem Radius gelegenen Flecke, daß sie die Ursache der radialen Struktur im ganzen richtig wiedergibt.

7. *Eigenstrahlung.* Wir hatten bisher immer angenommen, daß die Bilder ihr Entstehen dem kontinuierlichen Spektrum zu verdanken haben. Bei allen bisher untersuchten Kristallen lag auch tatsächlich das aus den Interferenzen ermittelte Spektrum bei viel kürzeren Wellen als die Eigenstrahlung der benutzten Antikathoden. Infolge der außerordentlich großen Durchlässigkeit des Diamant jedoch erstreckt sich hier das kontinuierliche Spektrum weit ins Gebiet der langen Wellen, so daß das Auftreten von Eigenstrahlung in dem einen oder anderen Punkte sehr wohl möglich war. Natürlich muß die Wellenlänge eines Punktes außerordentlich genau mit der einer Spektrallinie übereinstimmen, wenn der Effekt merklich sein soll. Die Abweichung in $2a/\lambda$ darf, wenn man die Ergebnisse von Moseley¹⁾ zugrunde legt, nicht größer als 0,03 bis 0,04 sein. In der Tat fand ich, daß die Intensität des Punktes $\bar{1}13$ ($2a/\lambda = 6,35$) (Fig. 2) der dreizähligen Aufnahme von Bragg in der Hauptsache von der γ -Linie des Pt ($2a/\lambda = 6,36$) und

1) Moseley u. Darwin, Phil. Mag. 26. p. 210. 1913.

die des Punktes 111 ($2a/\lambda = 5,5$) auf der schiefen Aufnahme von Friedrich mit der weichen Röhre wenigstens zum großen Teil von der α -Linie des Pt herrühre ($2a/\lambda = 5,48$). Bei der schiefen Aufnahme mit der harten Röhre ist die Entscheidung nicht so leicht zu treffen, weil hier verschiedene Obertöne in Frage kommen. Jedenfalls fallen die genannten Flecken aus dem glatten Intensitätsverlauf heraus und wären sonst nicht zu erklären. In der dreizählig symmetrischen Aufnahme von Laue enthält übrigens der gleiche Punkt 113 und 339¹⁾ Eigenstrahlung jedenfalls nicht in merklichem Grad (vgl. Fig. 3). Ob Laue keine Antikathode aus Pt hatte, oder ob die Einstellung nicht genau genug war, weiß ich nicht. Bei Bragg macht eine etwas ungenaue Einstellung nicht soviel aus, weil sein Bündel große Divergenz hatte.

8. *Sonderstellung des Diamant.* Endlich wollen wir noch mit einigen Worten auf die Sonderstellung des Diamanten eingehen. Nach Debye²⁾ ist sie verursacht durch die thermischen Anomalien des Diamant, indem bei Diamant die Schwächung durch Wärmebewegung sehr gering ist, während sie bei allen anderen Kristallen die Strahlen von einem gewissen ϑ ab auslöscht. Um nachzuprüfen, ob dieser Grund ausreicht, habe ich bei einer Reihe von Interferenzbildern anderer Kristalle das höchste vorkommende $S = S_{\max}$, welches ja nach (3b) und (4b) für die Wärmebewegung allein maßgebend ist, und den größten vorkommenden Wert von $\vartheta = \vartheta_{\max}$ bestimmt. Die vollständige Aufzählung der nach der Struktur und den Grenzen des Spektrums möglichen Interferenzpunkte, deren $S < S_{\max}$ ist, führt zu dem Ergebnis, daß auch unter Berücksichtigung der Schwächung durch die Wärmebewegung auf den Aufnahmen von NaCl, KBr und KJ einige wenige, auf den ZnS-Aufnahmen sogar etwa 80 Punkte vorhanden sein sollten, deren $\vartheta > \vartheta_{\max}$ wäre und die also tatsächlich fehlen. Ähnlich scheinen die Verhältnisse bei CaF_2 und CaCO_3 zu liegen. Der Debye'sche Faktor reicht also allein nicht aus, die Beschränkung der Strahlung auf einen schmalen Kegel bei diesen Kristallen zu erklären. Dagegen zeigt sich, daß die fehlenden Punkte alle große Wellenlängen besitzen, so daß es die *Absorption* ist, welche diese auslöscht. Es dürfte demnach

1) Hier ist der 3. Oberton möglich, bei Bragg nicht.

2) P. Debye, l. c.

bei dieser Erscheinung die *Absorption* die Hauptrolle spielen. Eine weitere maßgebende Größe ist dabei die *Gitterkonstante* a . Je größer a ist, um so größer ist die Wellenlänge in einem gegebenen Punkt (vgl. 1a und 1b) und um so leichter wird sie absorbiert; ja es ist sogar möglich, daß bei großen a die Strahlen nach vorn Wellenlängen besitzen müßten, die im auffallenden Spektrum gar nicht mehr vorhanden sind. Immerhin ergibt sich nach den Formeln (3c, 3d) bzw. (4c, 4d) und auf Grund unserer Tabellen leicht, daß der Debyesche Faktor für die Strahlen nach vorn viel stärker wirkt als für die Strahlen nach hinten, demnach ein nicht zu vernachlässigender Faktor für diese Frage ist. Denn bei der vierzähligen Aufnahme liegt die Größe $2a h_3/\lambda$ für die hintere Platte zwischen 11 und 80; hingegen für die vordere Platte zwischen 30 und 160. Bei der dreizähligen Aufnahme geht $2a s/\lambda$ für die hintere Platte von 6 bis 100; und für die vordere von 20 bis 300.

Damit also die Interferenzstrahlung sich über einen möglichst großen Raumwinkel erstreckt, ist gleichzeitig nötig:

1. Daß die Gitterkonstante klein,
2. daß die Absorption gering ist,
3. daß die Abweichungen vom Dulong-Petitschen Gesetz groß sind.

Dies trifft bei Diamant in einzigartiger Weise zu. a ist für ihn $3,55 \cdot 10^{-8}$ cm, während es z. B. für ZnS $5,43 \cdot 10^{-8}$ ist. Ebenso ist Bedingung 2 und 3 erfüllt. Möglicherweise strahlt auch Graphit nach vorn.¹⁾ Über sein a ist nichts bekannt, dagegen ist 2 und 3 für ihn ebenfalls erfüllt. Von anderen Elementen kommt, soviel ich sehe, nur Bor in Betracht. Kristallisiert kommt es vor als $\text{Al}_3\text{B}_{48}\text{C}_2$ (15. Klasse). Verfasser hofft darauf noch zurückzukommen.

Zum Schlusse möchte ich Herrn Professor A. Sommerfeld und Herrn Dr. P. P. Ewald meinen wärmsten Dank aussprechen für die Anregung und für ihr förderndes Interesse an der Arbeit, ebenso Herrn Professor M. von Laue und Herrn Dr. W. Friedrich für ihre Aufnahmen, die sie mir freundlichst überlassen haben.

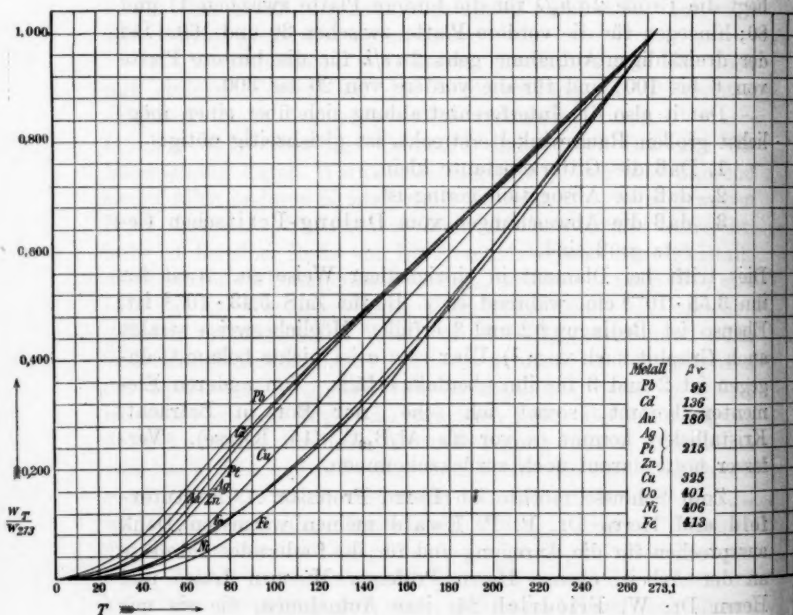
München, 1. August 1914.

1) P. P. Ewald, Interferenzaufnahme eines Graphitkristalls usw. Sitzungsber. d. K. B. Akad. d. Wiss. p. 325. 1914.

(Eingegangen 8. August 1914.)

8. Berichtigung zur Arbeit:
H. Schimank, „Über das Verhalten des
elektrischen Widerstands“ usw.

Bedauerlicherweise hat bei der Bezeichnung der Kurven in Tafel II (Ann. d. Phys. 45. p. 731. 1914) eine große Verwirrung stattgefunden, so daß aus der Betrachtung der Kurven ungefähr das Gegenteil dessen resultiert, was im Text behauptet wird. Die Tafel ist daher durch die nachfolgende zu ersetzen.



Berlin, Physikalisch-Chemisches Institut der Universität,
 Oktober 1914.

(Eingegangen 23. Oktober 1914.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

